Física I

Apuntes de clase 6, 2018

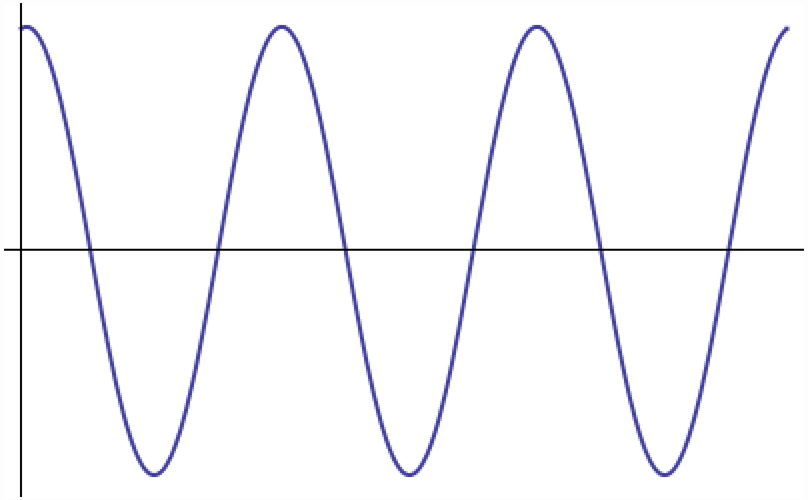
módulo II

Turno H

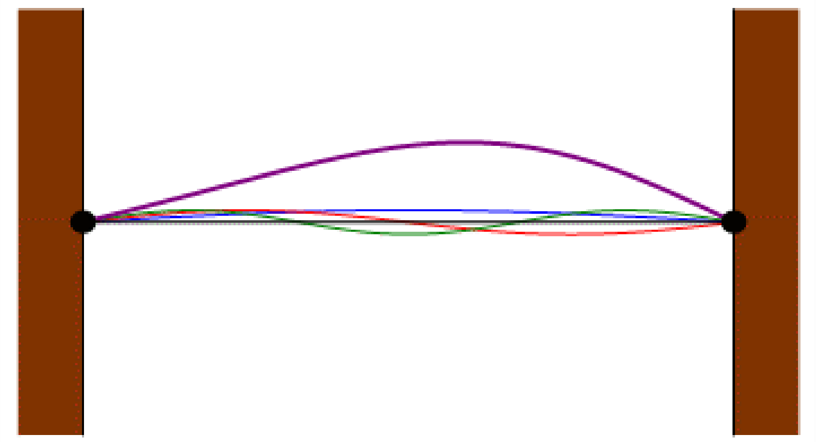
Prof. Pedro Mendoza Zélis

Ondas

Estudiar ondas viajeras y estacionarias.



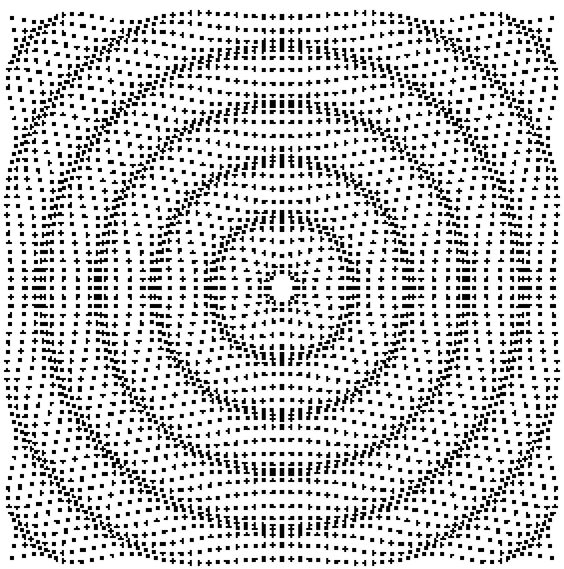
Ondas viajeras



Ondas estacionarias

¿*Qué es una onda*?

Al tirar una piedra a la superficie en reposo de un lago, se observa que del punto donde cayó la piedra se generan *perturbaciones circulares que avanzan con velocidad finita*

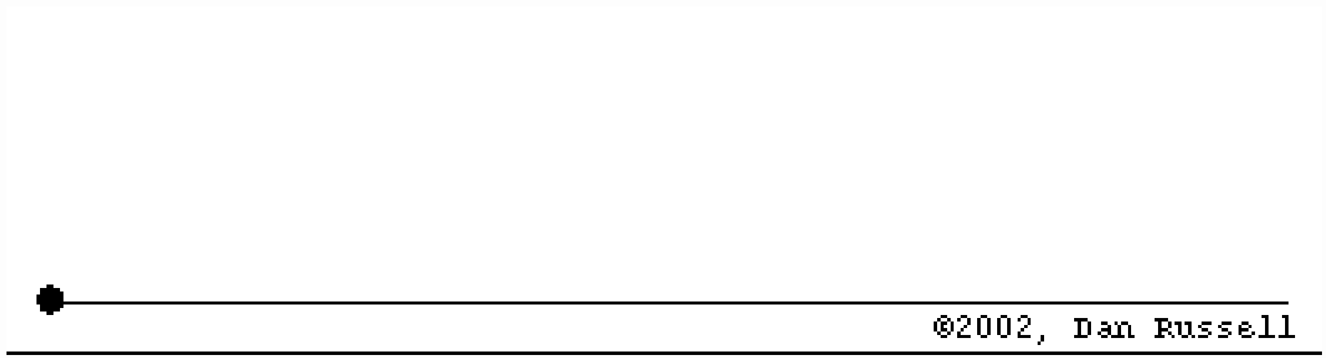


Las partículas del medio, al se alcanzadas por la perturbación, son desplazadas de su posición de equilibrio y las fuerzas de restauración tienden a volverlas a su posición original.

DEFINICIÓN:

Las ondas mecánicas son perturbaciones (señales) que viajan, de un punto a otro de un medio material, con una velocidad característica, sin que exista un transporte neto de materia.

Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento.



1) La perturbación se desplaza a velocidad constante.

2) No cambia de forma durante su desplazamiento (medio no disipativo).

3) No hay transporte neto de materia.

4) Transportan energía y cantidad de movimiento.

Clasificación de ondas

1) Según su naturaleza
2) Según la dirección de desplazamiento de las partículas
3) Según su propagación
4) Según las dimensiones en que se propaguen
5) Según su periodicidad

1) según su naturaleza

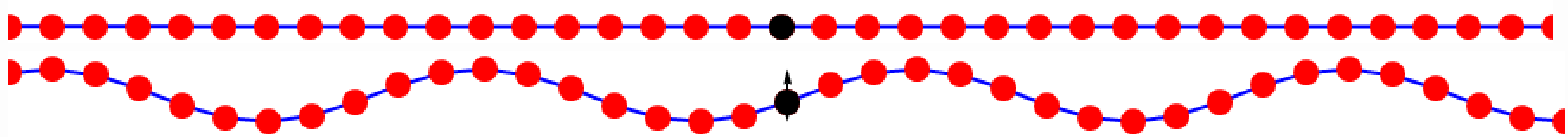
Ondas mecánicas: necesitan un medio elástico para propagarse (¿ejemplos?). Las partículas del medio son desplazadas de su posición de equilibrio y sufren fuerzas de restauración que tienden a volverlas a su posición inicial.

Ondas electromagnéticas: se propagan en el espacio sin necesidad de un medio. Las ondas electromagnétcias son producidas por las oscilaciones de los campos eléctricos y magnéticos.

Ondas gravitacionales: es una perturbación del espacio-tiempo producida por un cuerpo masivo acelerado. LIGO (9/2015) formado por dos detectores separados 3000km en Luisana-EEUU. Fusión de dos agujeros negros hace 1300 millones de años y de 29-36 masas solares.

2) Según la dirección de desplazamiento de las partículas

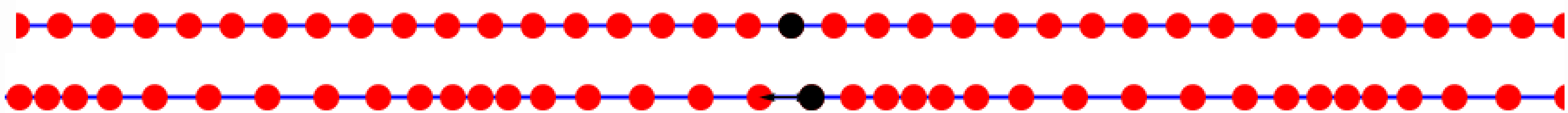
Onda transversal: el desplazamiento de las partículas es perpendicular a la dirección de propagación de las ondas



desplazamiento de las partículas

Propagación de la onda

Onda longitudinal: el desplazamiento de las partículas está en la misma dirección en que se propaga la onda



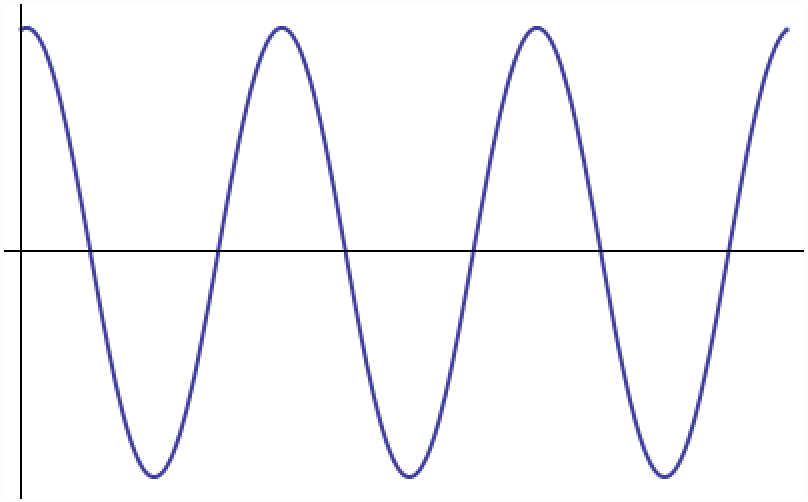
desplazamiento de las partículas

Propagación de la onda

3) Según su propagación

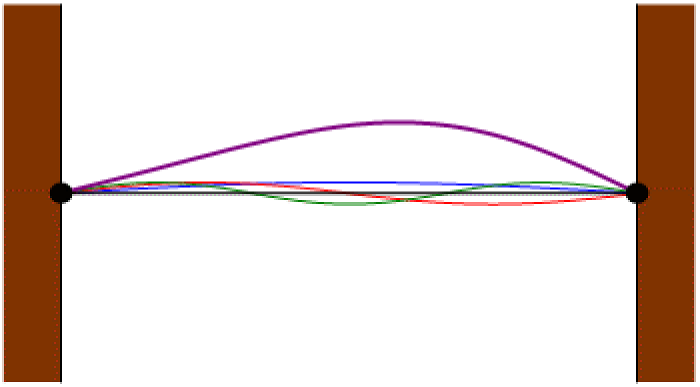
- Ondas viajeras

son todas aquellas ondas se propagan libremente en el espacio.



- Ondas estacionarias

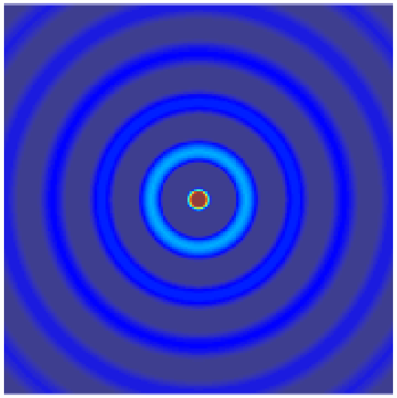
son todas aquellas ondas que no se propagan libremente en el espacio.



4) Según las dimensiones en que se propaguen

Ondas unidimensionales:

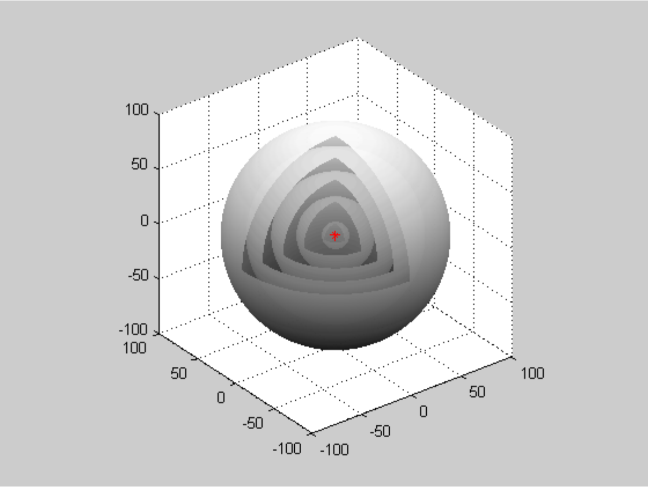
son aquellas que se propagan a lo largo de una sola dimensión del espacio (cuerda).



Ondas bidimensionales o superficiales:

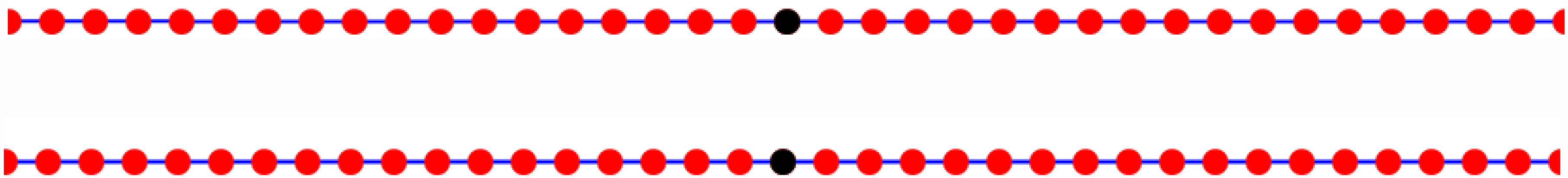
son ondas que se propagan en dos dimensiones (olas superficie del agua).

Ondas tridimensionales: se propagan en tres dimensiones (sonido).

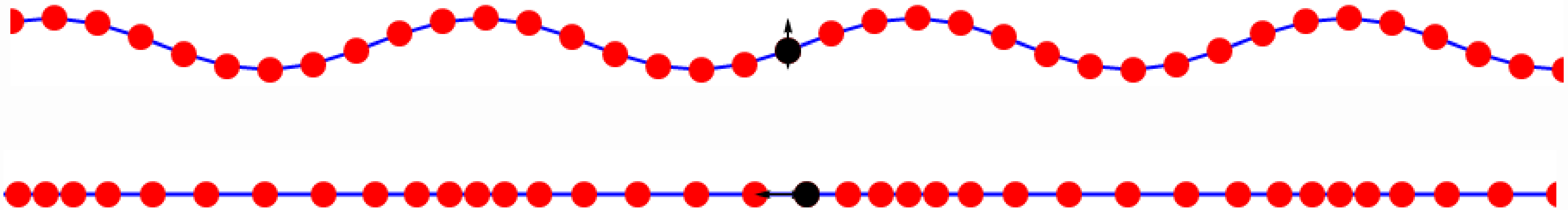


5) según su periodicidad

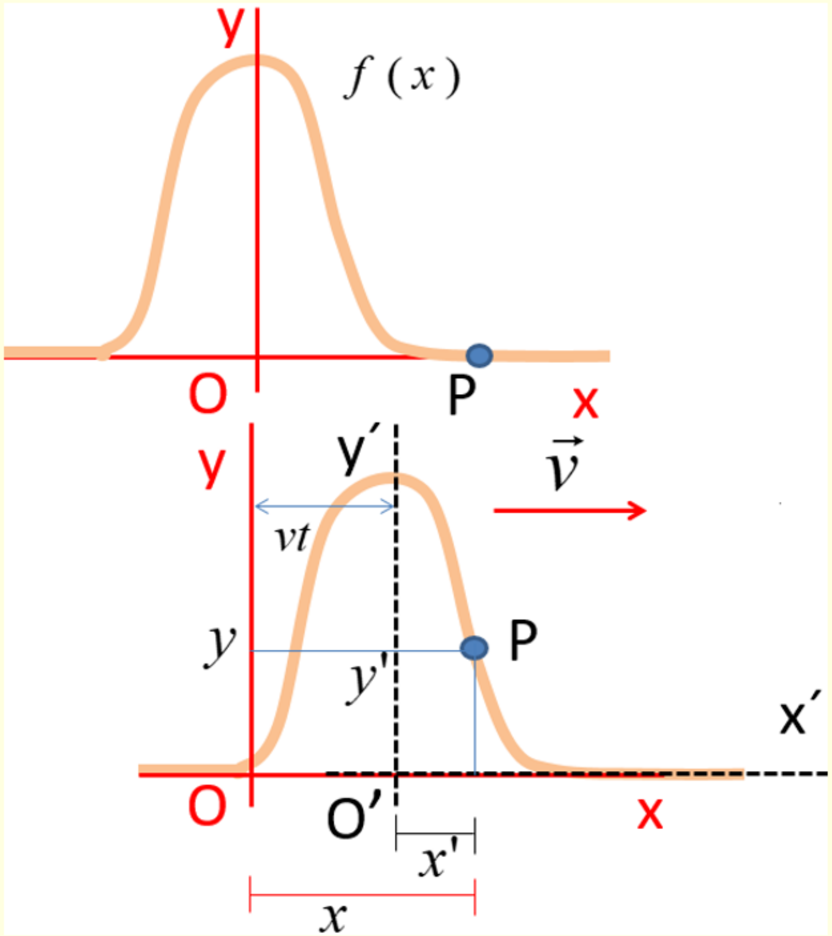
Ondas no periódicas: la perturbación que las origina se da aisladamente (pulso).



Ondas periódicas: la perturbación local que las origina se produce en ciclos repetitivos.



ONDA VIAJERA



En el instante inicial

$$y(x,0) = f(x)$$

Sistema de referencia O´

$$y(x,t) = y'(x',0) = f(x')$$

Cambio de sistema de referencia

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

Indica la dirección de propagación

Indica sentido de propagación (- dirección positiva de las x; + dirección negativa de las x)

Ecuación de onda

$$y(x,t) = f(x \mp vt) \qquad z = x \mp vt$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial f(z)}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f(z)}{\partial z} \qquad \frac{\partial z}{\partial x} = 1$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f(z)}{\partial z}\right) = \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}}$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial f(z)}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} = \mp v\frac{\partial f(z)}{\partial z} \qquad \frac{\partial z}{\partial t} = \mp v$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mp v\frac{\partial f(z)}{\partial z}\right) = \mp v\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}\frac{\partial z}{\partial t} = v^2\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}$$

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}} = \boxed{\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}}$$

Ecuación de onda

Ecuación diferencial, ecuación de ondas

$$\boxed{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f(z)}{\partial z}\right) = \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}} = \boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}}$$

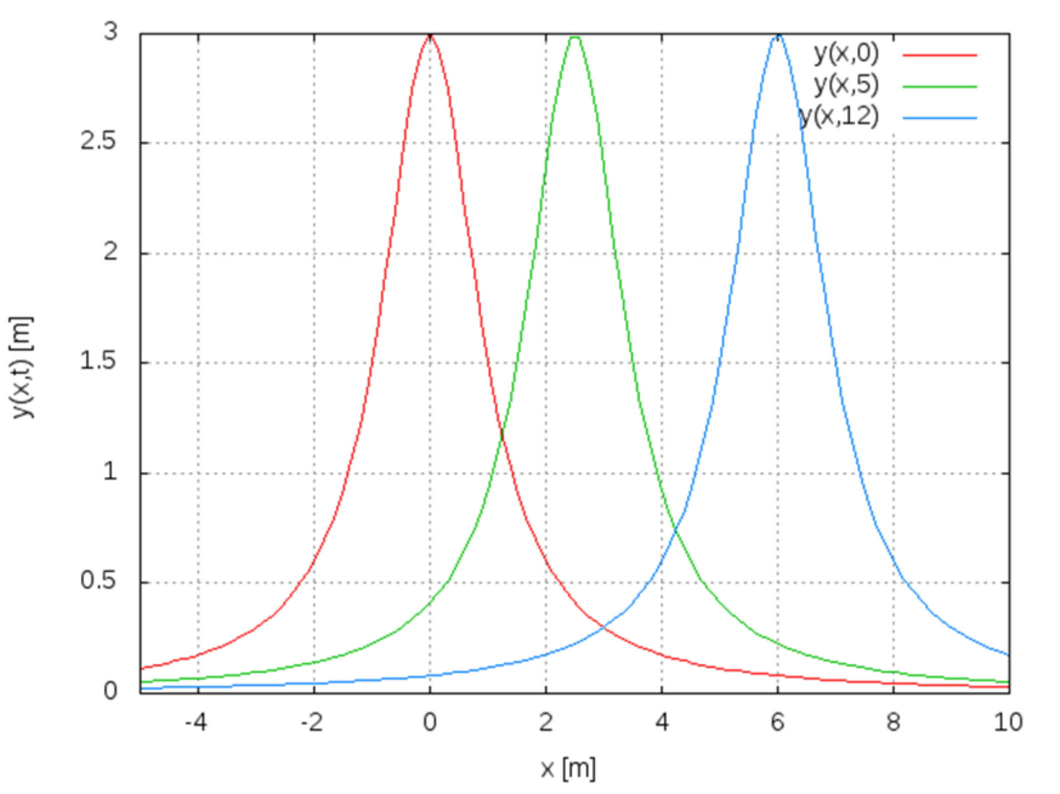
$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}} = \boxed{\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}}$$

Se perturba a una cuerda según

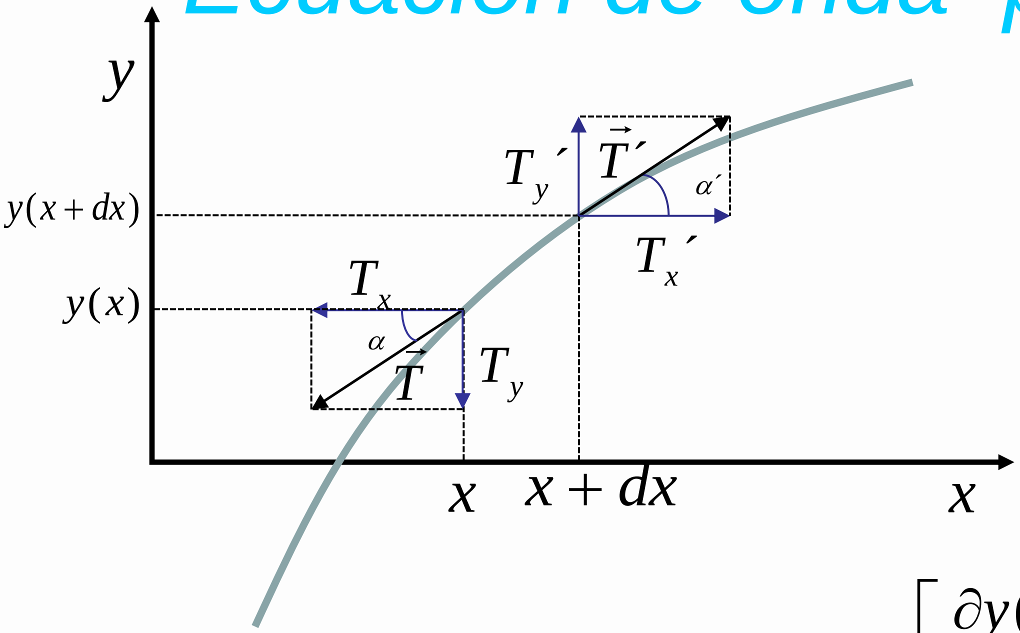
¿Es una onda?, ¿Es viajera o estacionaria?
¿Es longitudinal o transversal?
¿Es un pulso o es periódica?
¿En cuántas dimensiones se propaga?
¿Cuál es la dirección y sentido de propagación?

$$y(x,t) = \frac{3}{1+(x-vt)^2}$$

$$v = 0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$



Ecuación de onda para una cuerda



$$T_x{}' - T_x = T(\cos\alpha' - \cos\alpha) \cong 0$$

$$T_y{}' - T_y = T(\sin\alpha' - \sin\alpha)$$

Los ángulos son pequeños

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\sum F_y \cong T\left[\frac{\partial y(x+dx,t)}{\partial x} - \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right]$$

$$\sum F_y = a_y\, dm = a_y \mu\, dx$$

$$T\left[\frac{\dfrac{\partial y(x+dx,t)}{\partial x} - \dfrac{\partial y(x,t)}{\partial x}}{dx}\right] = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\mu$$

$$\mu = \frac{dm}{dx} \qquad a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Relacionado con la velocidad de la onda

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Velocidades de las ondas mecánicas

Depende *exclusivamente* de las *características elásticas e inerciales* del medio en que se propagan

CUERDA

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Tensión

Densidad lineal

FLUIDO

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Módulo de compresibilidad

Densidad volumétrica

SÓLIDO

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Módulo de Young

Densidad volumétrica

En **aire**, (a 0 °C): 331.5 m/s (vel del sonido) **1234 Km/h**

En **agua** (25 °C): 1493 m/s **5370 Km/h**

En **hormigón**: 4000 m/s **14400 Km/h**

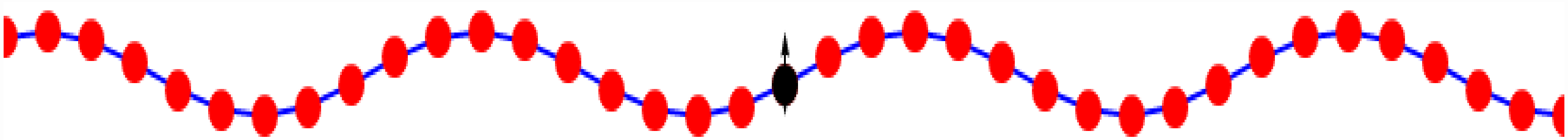
En **acero**: 5100 m/s **18360 Km/h**

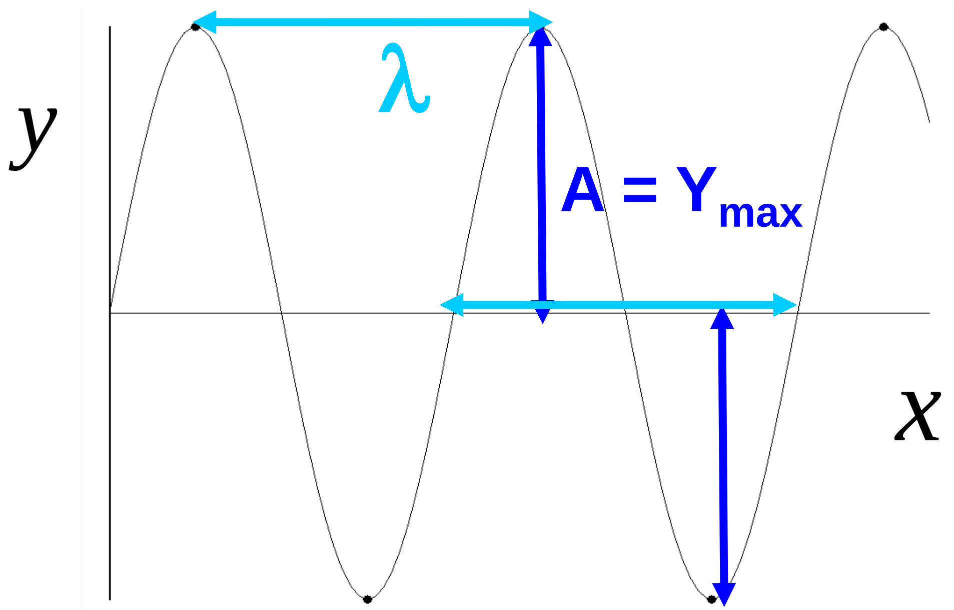
En **aluminio**: 6400 m/s **23040 Km/h**

En **plomo**: 1960 m/s **7050 Km/h**

Ondas armónicas

$$y(x,t) = y_{\max} \sin\left[k\left(x - vt\right) + \varphi_0\right]$$





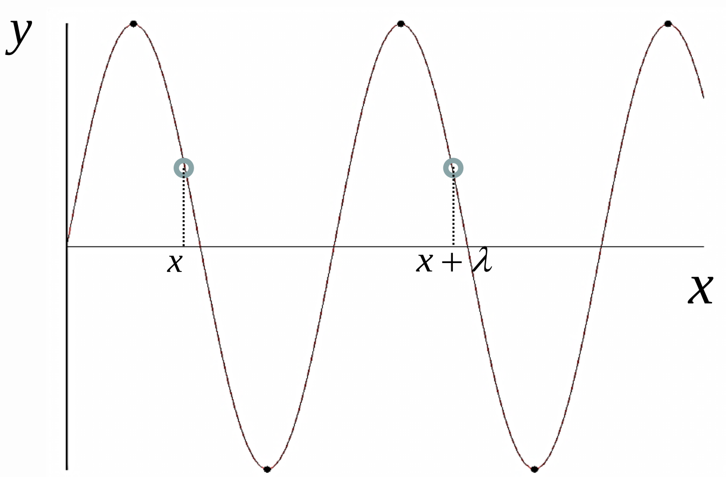
Número de onda (*k*)

$$y(x,t) = y(x+\lambda,t)$$

$$y(x,t) = y_{max}\sin\left[k\left(x-vt\right)+\varphi_0\right]$$

$$y_{max}\sin\left[k(x-vt)+\varphi_0\right] = y_{max}\sin\left\{k\left[(x+\lambda)-vt\right]+\varphi_0\right\}$$

$$k(x-vt)+2\pi+\varphi_0 = k\left[(x+\lambda)-vt\right]+\varphi_0$$



$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

Unidades SI

$$[k] = \frac{rad}{m}$$

$$[\lambda] = m$$

Período (τ): tiempo que le toma a una onda completa pasar por un punto fijo

$$y(x,t) = y(x,t+\tau)$$

$$y(x,t) = y_{\max} \sin\left[k\left(x - vt\right) + \varphi_0\right]$$

$$y_{\max} \sin\left[k(x - vt) + \varphi_0\right] = y_{\max} \sin\left\{k\left[x - v(t+\tau) + \varphi_0\right]\right\}$$

$$k(x - vt) - 2\pi + \varphi_0 = k\left[x - v(t+\tau)\right] + \varphi_0$$

$$\boxed{\tau = \frac{2\pi}{kv} = \frac{\lambda}{v}}$$

Unidades SI

$$[\tau] = s$$

Frecuencia (*f*): número de ondas completas (ciclos) por unidad de tiempo

$$f = \frac{1}{\tau}$$

$$[f] = \frac{1}{s} = Hz$$

Frecuencia angular (ω)

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi\ f$$

$$[\omega] = \frac{rad}{s}$$

Velocidad de la onda

$$\boxed{v = \frac{\lambda}{\tau} = \lambda\ f = \frac{\omega}{k}}$$

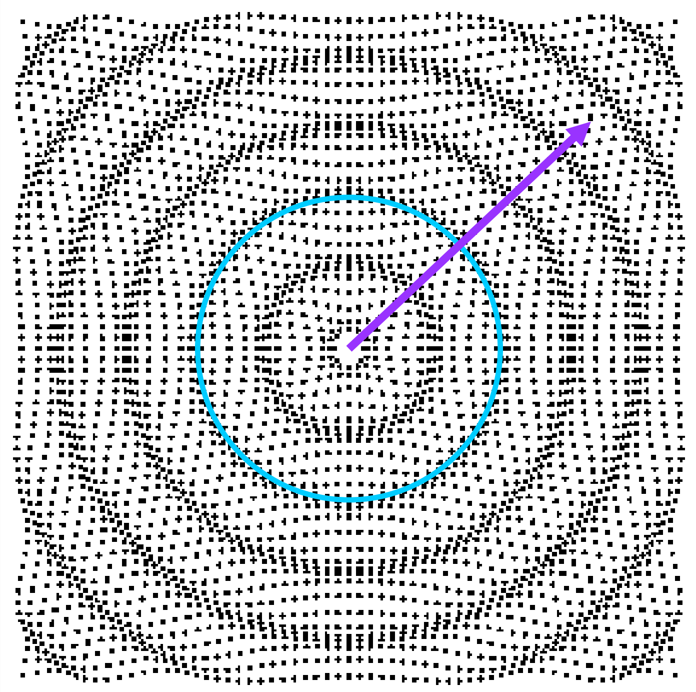
$$y(x,t) = y_{\max} \sin\left[k(x - vt) + \varphi_0\right] = y_{\max} \sin\left(kx - kvt + \varphi_0\right)$$

$$\omega$$

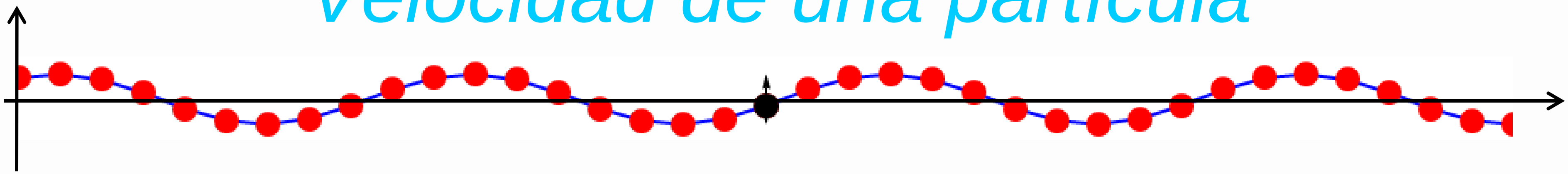
$$y(x,t) = y_{\max} \sin\left(kx - \omega t + \varphi_0\right)$$

➢ *Frente de onda*: Los puntos que poseen el mismo estado de movimiento o vibran en fase definen una superficie que se llama frente de onda.

La velocidad de propagación es perpendicular la frente de onda



Velocidad de una partícula



Desplazamiento de la partícula

$$y(x,t) = y_{\max} \sin\left(kx - \omega t + \varphi_0\right)$$

Velocidad de la partícula

$$u(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\omega\, y_{\max} \cos\left(kx - \omega t + \varphi_0\right)$$

Aceleración de la partícula

$$a(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = -\omega^2\, y_{\max} \sin\left(kx - \omega t + \varphi_0\right)$$

Ondas estacionarias

Reflexión en extremo fijo

La pulsación llega al extremo, ejerce una fuerza hacia arriba. El apoyo ejerce una fuerza igual y contraria sobre la pulsación que regresa en sentido contrario. La reflexión tiene el desplazamiento vertical invertido.

Reflexión en extremo libre

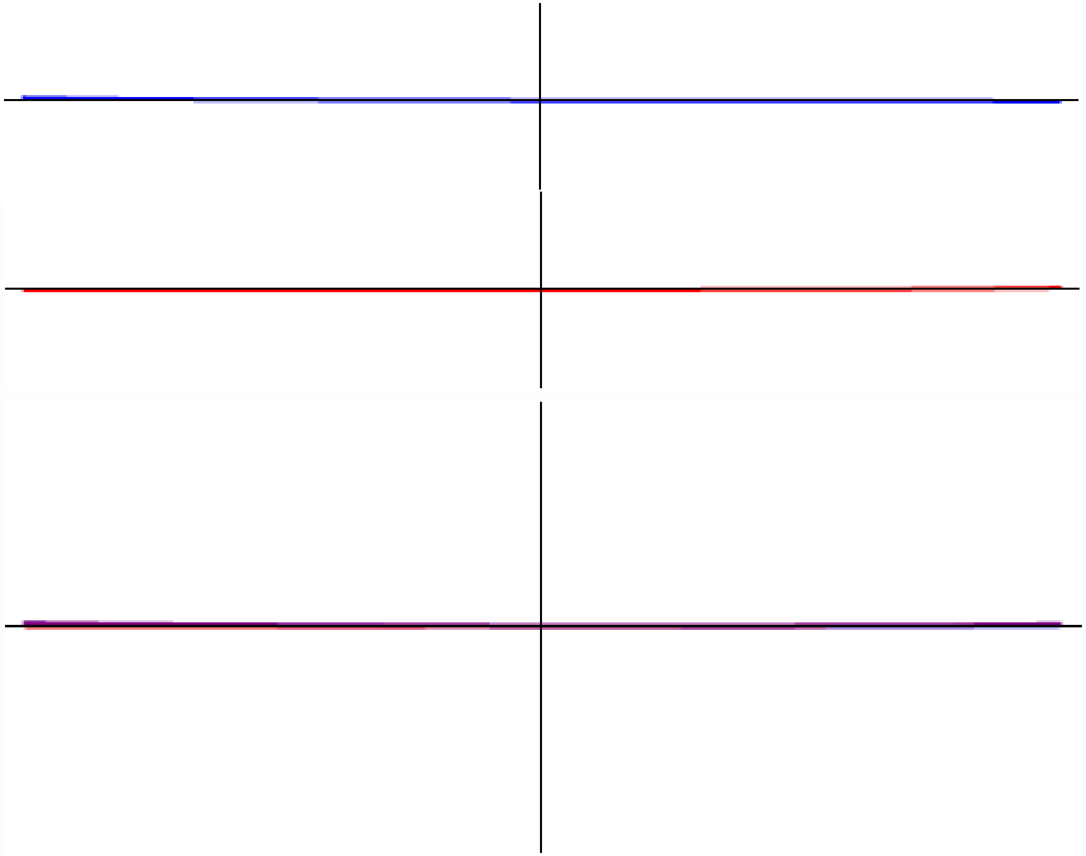
La pulsación llega al extremo, ejerce una fuerza hacia arriba. El apoyo ejerce una fuerza igual y contraria sobre la pulsación que regresa en sentido contrario. La reflexión tiene el mismo desplazamiento vertical.

Superposión de on de ondas

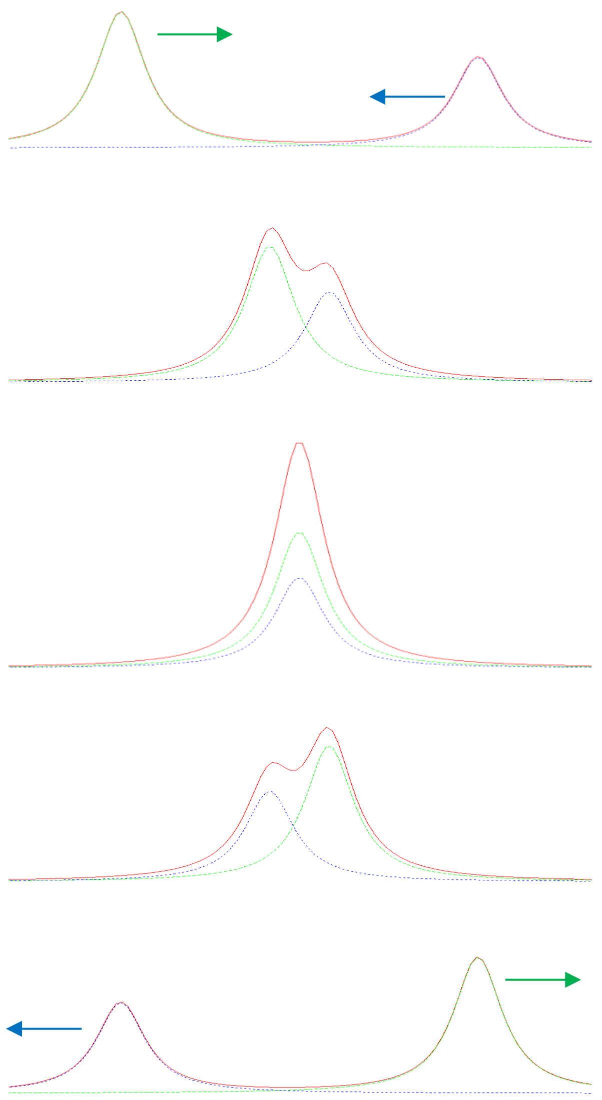
Dos ondas gaussianas viajando en direcciones opuestas

$$y_1(x,t) = f(x - vt)$$

$$y_2(x,t) = f(x + vt)$$



Superposición de ondas



Efecto combinado de dos o más ondas viajeras superpuestas en el mismo medio

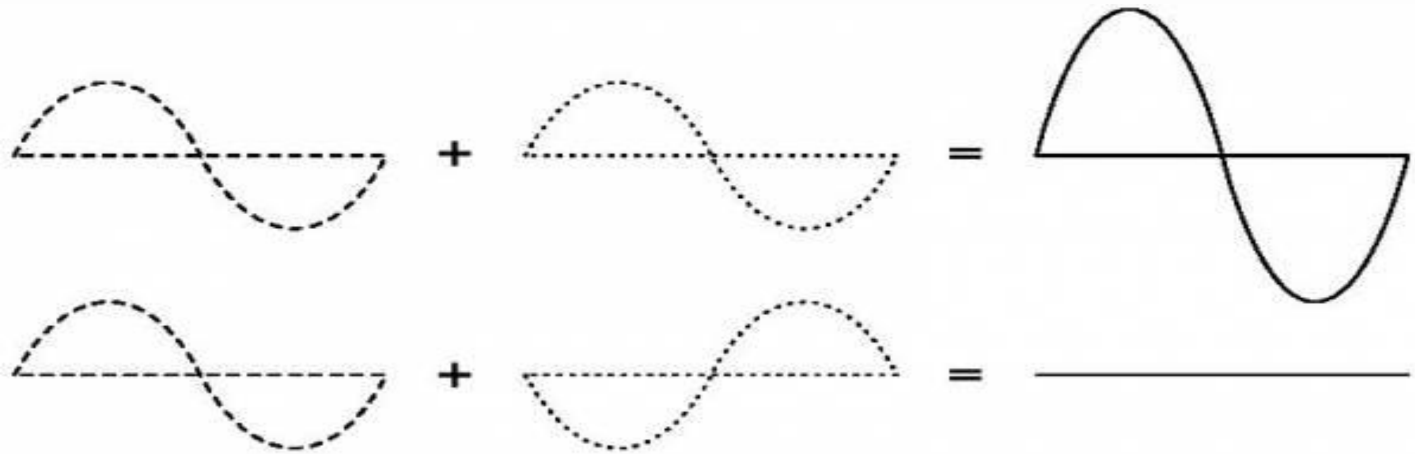
La amplitud de la onda resultante es la *suma instantánea* de las amplitudes de cada una de las ondas individuales con el signo correspondiente.

Se dice que las ondas interfieren.

$$y_1(x,t) \qquad y_2(x,t)$$

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Interferencias



Constructiva y destructiva

Las interferencias pueden ser constructivas o destructivas. En la primera las amplitudes se suman, a esto se conoce como ondas en fase.

Si las ondas son destructivas se restan, pudiendo llegar a anularse, aquí se dice que las ondas están en desfase.

Ondas Estacionarias

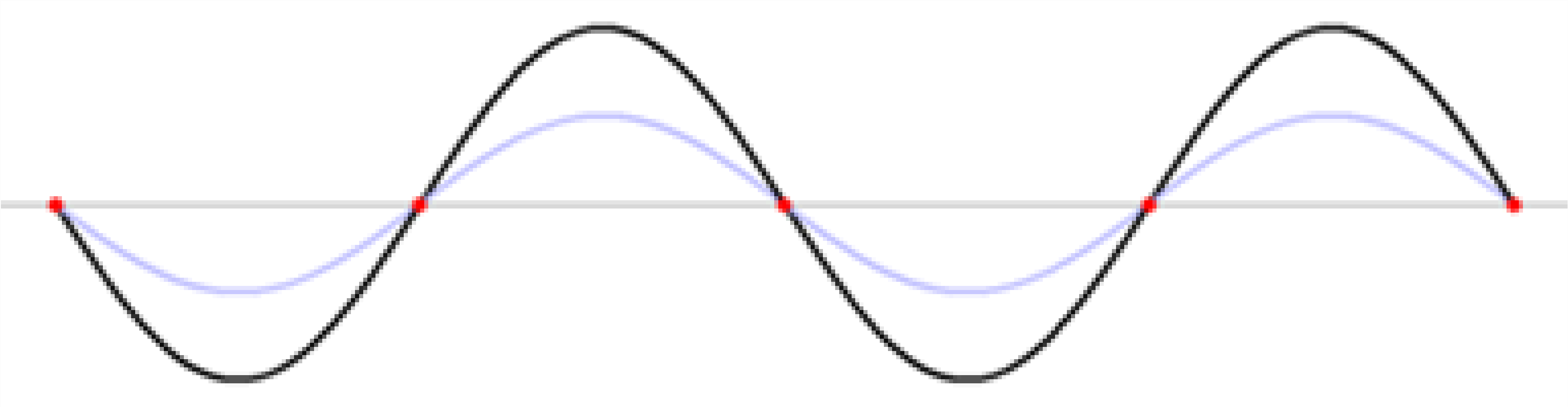
Dos ondas armónicas en direcciones opuestas con la misma frecuencia y amplitud

$$y_1(x,t) = y_{\max} \sin\left(kx - \omega t\right) \qquad y_2(x,t) = y_{\max} \sin\left(kx + \omega t\right)$$

$$y(x,t) = 2y_{\max} \sin kx \cos \omega t$$

Amplitud

No es una onda viajera, es una onda estacionaria

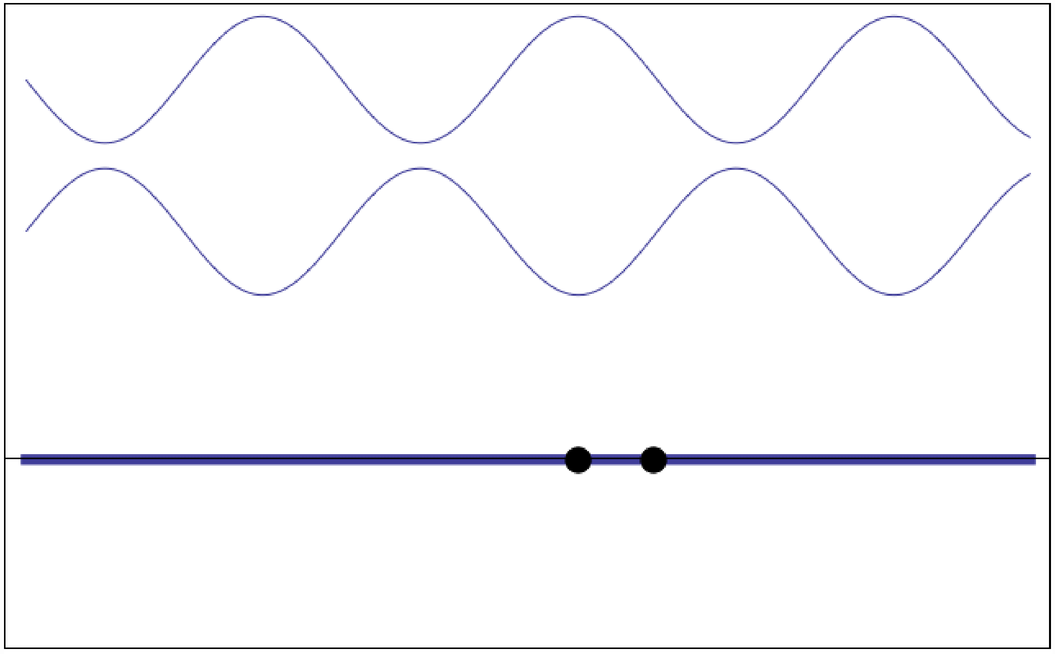


Onda estacionaria

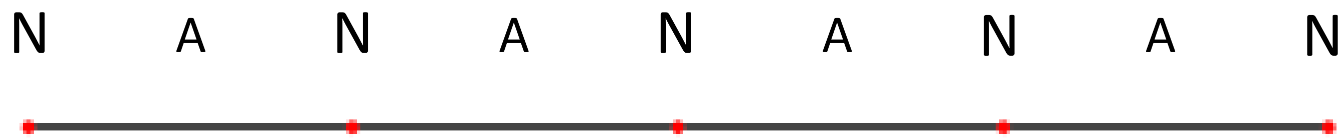
Su forma no se desplaza ni hacia la derecha ni hacia a la izquierda.

Existen puntos para los cuales su elongación es siempre cero: *NODOS*

Existen puntos para los cuales su elongación es máxima: *ANTINODOS O VIENTRES*



NODOS



$$y(x,t) = 2y_{\max} \sin kx \cos \omega t = 0 \quad \forall t$$

$$sen(kx) = 0 \Rightarrow x = \frac{n\pi}{k} = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1,2....$$

ANTINODOS O VIENTRES

$$y(x,t) = 2y_{\max} \sin kx \cos \omega t = 2y_{\max} \cos \omega t \quad \forall t$$

$$sen(kx) = 1 \Rightarrow x = \frac{(2n-1)\pi}{2k} = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

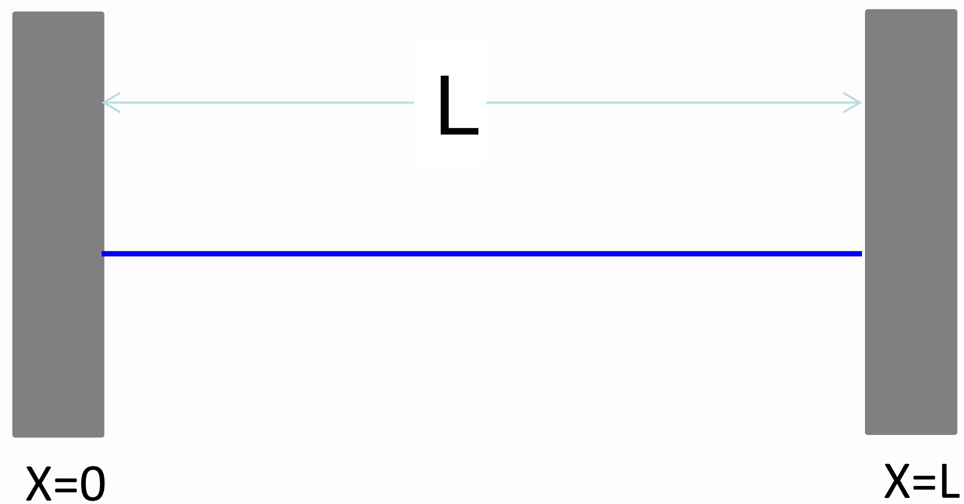
$$n = 1,2....$$

Cuerda con los *extremos fijos*

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$y(x,t) = 2y_{\max} \sin kx \cos \omega t$$

$$\omega = 2\pi f$$



Cond. de contorno

$$y(0,t) = y(L,t) = 0$$

$$sen\left(kL\right) = 0$$

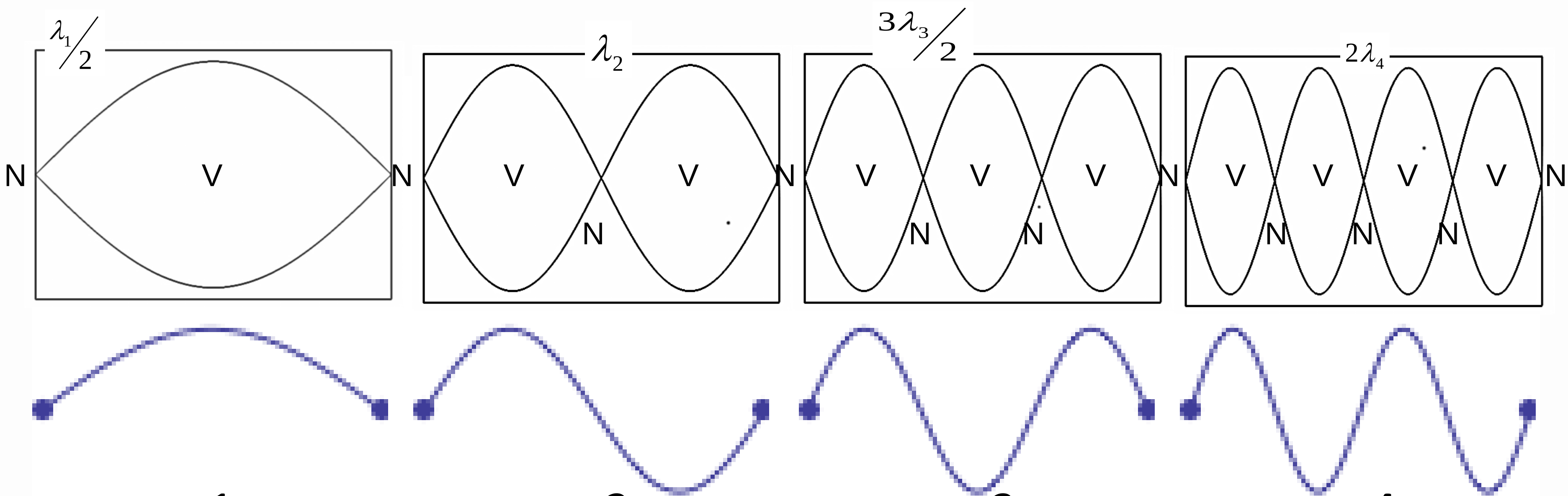
$$f_m = \frac{v}{\lambda_m}$$

$$kL = m\pi \Rightarrow \boxed{\lambda_m = \frac{2L}{m}}$$

$$m = 1,2....$$

$$f_m = m\frac{v}{2L} \Rightarrow \boxed{f_m = mf_1}$$

Ondas estacionarias en una cuerda



m=1 | m=2 | m=3 | m=4

$$\lambda_1 = 2L \qquad f_1 = \frac{v}{2L}$$

Modo fundamental o primer armónico

$$\lambda_2 = L \qquad f_2 = 2\frac{v}{2L}$$

Segundo armónico

$$\lambda_3 = \frac{2L}{3} \qquad f_3 = 3\frac{v}{2L}$$

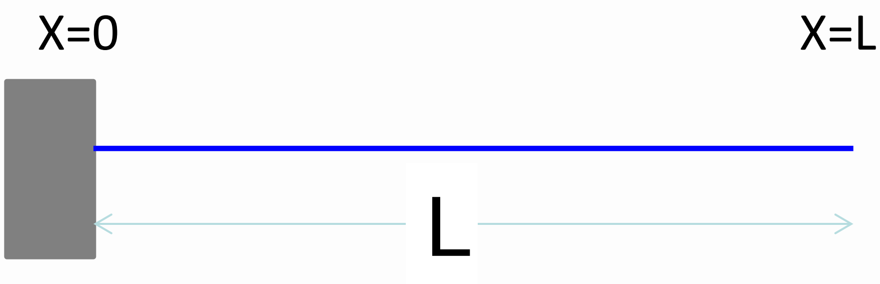
Tercer armónico

$$\lambda_4 = \frac{L}{2} \qquad f_4 = 4\frac{v}{2L}$$

Cuarto armónico

M-ésimo armónico $L = \dfrac{m}{2}\lambda_m \Rightarrow \lambda_m = \dfrac{2}{m}L$

Cuerda con un extremo fijo y otro libre



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \omega = 2\pi f$$

$$y(x,t) = 2y_{\max} \sin kx \cos \omega t$$

Cond. de contorno

$$y(0,t) = 0$$

$$\left.\frac{dy(x,t)}{dx}\right|_{x=L} = 0 \quad \forall t$$

$$\cos kL = 0$$

$$kL = (2m-1)\frac{\pi}{2} \qquad m = 1,2....$$

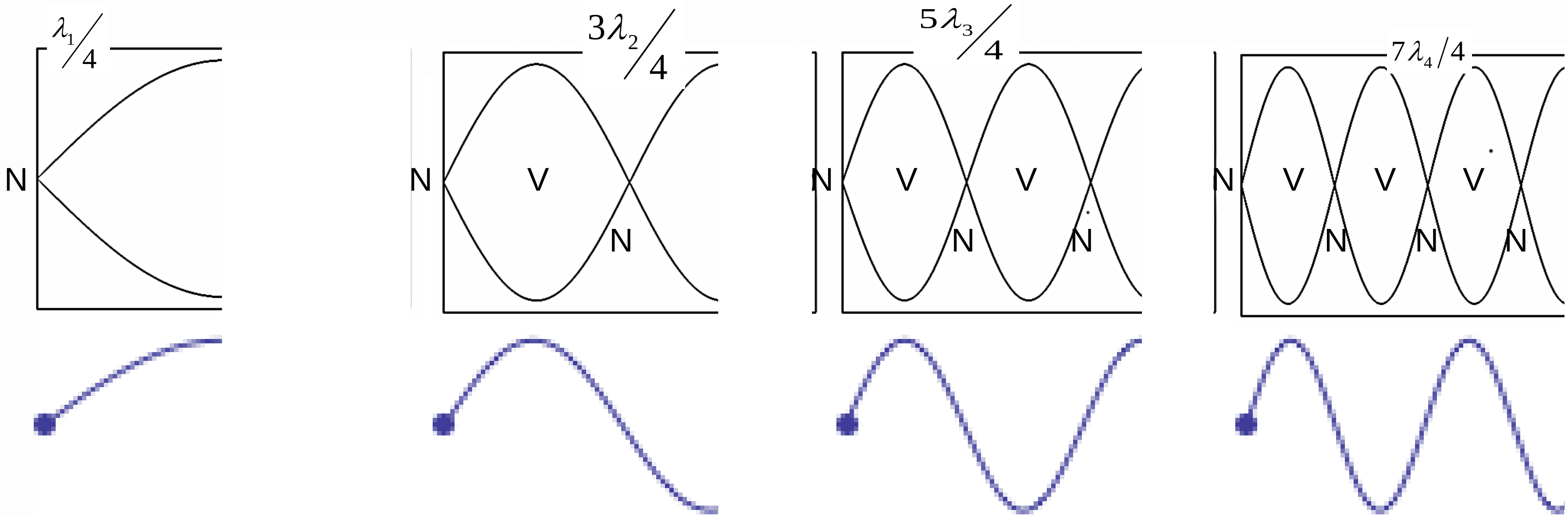
$$\boxed{\frac{2\pi}{\lambda} L = (2m-1)\frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{\lambda_m = \frac{4L}{(2m-1)}}$$

$$f_m = \frac{v}{\lambda_m}$$

$$\boxed{f_m = (2m-1)\frac{v}{4L}}$$

Ondas estacionarias en una cuerda



m=1	m=2	m=3	m=4
$\lambda_1 = 4L$	$\lambda_2 = \dfrac{4L}{3}$	$\lambda_3 = \dfrac{4L}{5}$	$\lambda_4 = \dfrac{4L}{7}$
$f_1 = \dfrac{v}{4L}$	$f_2 = 3\dfrac{v}{4L}$	$f_3 = 5\dfrac{v}{4L}$	$f_4 = 7\dfrac{v}{4L}$
Modo fundamental o primer armónico	Segundo armónico	Tercer armónico	Cuarto armónico

M-ésimo armónico $\lambda_m = \dfrac{4L}{(2m-1)}$