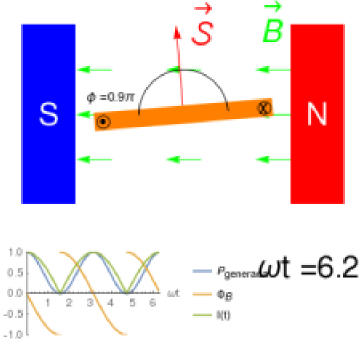
# Clase 16 - Ley de Faraday - Energía Magnética - Autoinducción

Prof. Juan Mauricio Matera

31 de octubre de 2025

# El Motor Eléctrico y el Generador Eléctrico

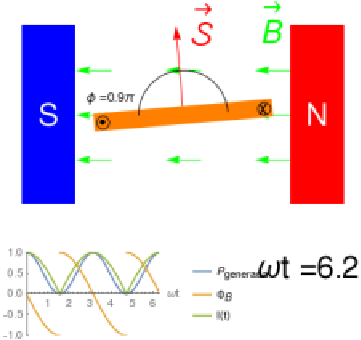
# Generador Eléctrico




- Los portadores de carga son forzados a moverse junto al solenoide.
- La fuerza de Lorentz que los impulsa a moverse a lo largo del conductor.
- Cerrando el circuito con una resistencia, se establecerá una corriente: la fuerza de Lorentz da origen a una FEM

$$\mathcal{E} = 2NLr|\omega \sin(\omega t)|B = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

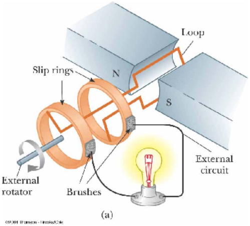
- A su vez, la corriente establecida sufre un torque debido al campo. Este torque se trasmite al solenoide, oponiendose al movimiento.
- La potencia mecánica de este torque se expresa como $P = -i\mathcal{E}$.



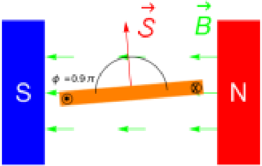

- Decimos entonces que tal dispositivo es un **Generador** de energía Eléctrica.
- Este es el **mecanismo básico** detrás de toda la **generación de energía eléctrica**, desde las dínamos de bicicleta hasta las centrales termoeléctricas.

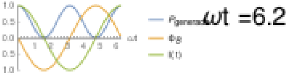
En presencia de campos magnéticos estáticos, podemos reformular la Fuerza de Lorentz $\Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$

# Alternadores




$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$



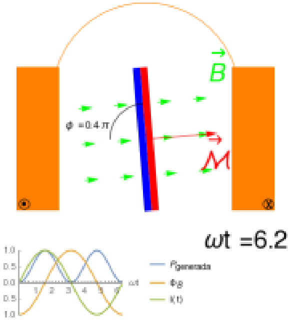

- Cambiando la forma de los contactos, de manera que la corriente siempre circule **en el mismo sentido**, el generador producirá una FEM

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{ind} &= -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \\
&= -NB\frac{\cos(\omega t)}{\partial t} \\
&= -N\omega B \sin(\omega t)
\end{aligned}$$

- Decimos entonces que el sistema produce una **FEM alterna**, y se lo llama **Alternador**.

# Alternador invertido: Solenoide fijo e iman rotante

- Es posible construir un alternador en el que son los imanes los que se mueven, en lugar del solenoide, comprobandose que también $\mathcal{E}_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$ donde la variación de $\Phi_B$ es debida al cambio en $\vec{B}$.




- Observamos que en este caso, $\mathcal{E}_{ind}$ existe aún sin un transporte neto de carga en el solenoide, por lo que no podemos explicarla en términos de la **Fuerza de Lorentz** sobre los portadores: estos se mueven **como si** estuvieran en presencia de un **campo eléctrico** externo $\vec{E}$. En tal caso,

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

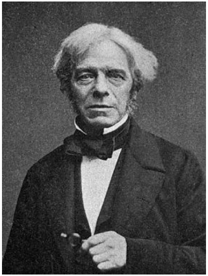
- $\mathcal{E}_{ind}$ no depende ni de los **portadores de carga** ni del conductor: $\vec{E}$ sólo se diferencia del campo electrostático en que $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \neq 0$

# Ley de Fadaray

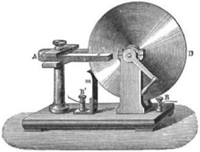
# Michael Faraday

- Introdujo las nociones de líneas de campo, y acción a distancia.
- Fue el primero en unificar la descripción de los fenómenos eléctrostáticos.
- En 1821 creo el primer **motor eléctrico**.
- en 1834 publicó las leyes de la electroquímica.

Cosmos - Episodio 10



Michel Faraday
1791 - 1867



# Ley de Faraday

En 1832, Faraday realizó una serie de experimentos, cuyos resultados se reducen en la Ley de Inducción que lleva su nombre:

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint_{\mathcal{C}} (\vec{E} + \vec{v}_{\mathcal{C}} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\mathcal{S}} \vec{B} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

donde $\mathcal{C}$ es un **camino conductor**, $\vec{v}_{\mathcal{C}}$ es la velocidad con que se desplaza $\mathcal{C}$, y $\mathcal{S}$ cualquier superficie limitada por este.

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint_{\mathcal{C}} (\vec{E} + \vec{v}_{\mathcal{C}} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\mathcal{S}} \vec{B} \cdot d\vec{\mathcal{S}}$$

- Si $\mathcal{C}$ se mueve, pero $\vec{B}$ es constante, recuperamos la Ley de Fuerza de Lorentz.
- Si $\mathcal{S}$ (y por lo tanto $\mathcal{C}$) es constante, pero $\vec{B}$ varía en el tiempo, las cargas se mueven como en presencia de un campo eléctrico **No Conservativo**.
- Si $\mathcal{C}$ no coincide con un **camino conductor**, la segunda igualdad sigue siendo válida, pero no podemos hablar de Fuerza Electromotriz inducida.
- Si $\mathcal{S}$ es constante, la expresión se reduce a la Ley de Maxwell-Faraday

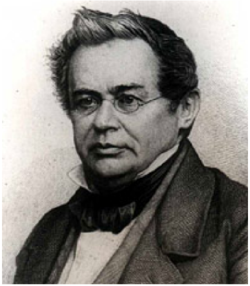
$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\iint_{\mathcal{S}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\mathcal{S}}$$

- Vía el teorema de Stokes, esta ley puede expresarse en forma equivalente como

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

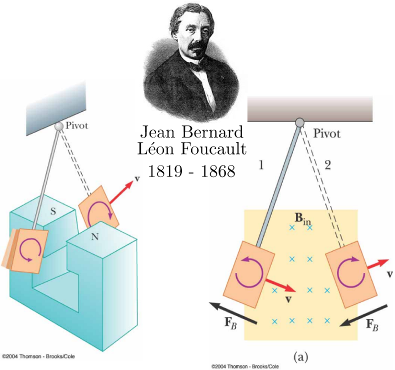
# Ley de Lenz

- El signo negativo frente a la derivada temporal puede deducirse de la consistencia de la teoría con la conservación de la energía: En presencia de un conductor, una variación de $\vec{B}$ induciría una $\mathcal{E}_{ind}$ que originaría una corriente, que a su vez produciría un campo $\vec{B}'$, que incrementaría aún más la variación del flujo magnético, y el proceso nunca se detendría.
- Henrich Lenz llegó a esta conclusión y la enunció de esta manera: "Una variación de $\Phi_B$ inducirá una $\mathcal{E}_{ind}$ de manera que el campo magnético asociado a la corriente se opondrá a la variación de flujo magnético que le dió origen".

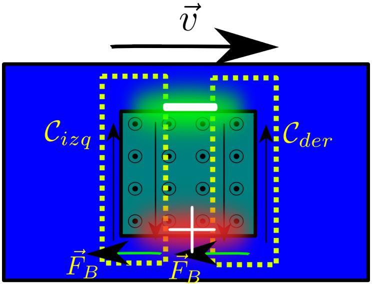


Heinrich Lenz
1804 - 1865

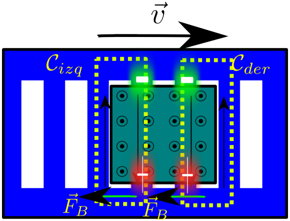
# Corrientes de Foucault



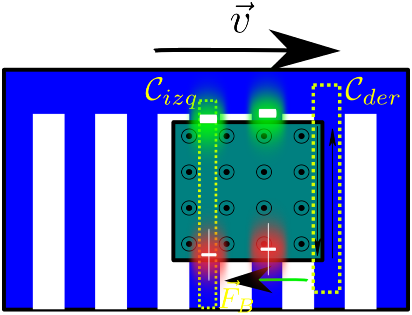

https:
//youtu.be/MgIUIiBy2IQ?t=4




- En la zona cubierta por el imán, debido al campo magnético y a la velocidad del conductor, se establece una separación de carga.
- En los bordes laterales, donde el campo magnético cambia, se establecen corrientes, según la **Ley de Lenz**.
- El campo se acopla sólo a las corrientes inmersas en él, resultando en una fuerza neta de arrastre.

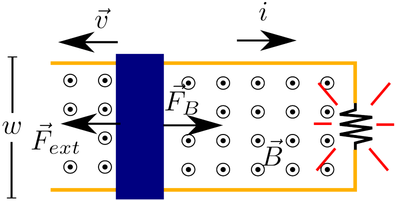



- La presencia de huecos no modifica el resultado.




- En el caso del péndulo con forma de peine, debido a que la **Ley de Faraday** sólo aplica a caminos conductores, sólo predice la acción de una fuerza cuando el borde del imán pasa por uno de los dientes, por lo que el efecto es mucho menor.

# Freno Magnético




$$\mathcal{E} = Bwv \qquad i = \frac{Bwv}{R}$$

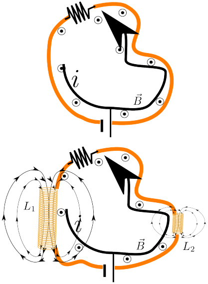
$$|F_B| = Biw = \frac{B^2w^2v}{R}$$

$$P_e = i^2R = \frac{B^2w^2v^2}{R}$$

$$= F_Bv = P_{mec}$$

# Autoinductancia e Inductancia Mutua

# Autoinducción




- Todo circuito cerrado, por el que circula una corriente produce un campo magnético.
- El flujo magnético a través del área que encierra el circuito es proporcional a la corriente que por él circula.

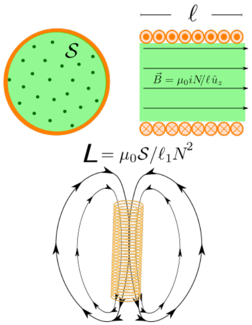
$$\Phi_B = Li$$

donde $L$ es la **autoinductancia** del circuito.

- Nótese que $\Phi_B$ debe ser evaluado en el sentido de la circulación de la corriente.
- Si $\frac{di}{dt} \neq 0$, la **Ley de Inducción de Faraday** implica la existencia de una $\mathcal{E}_{ind}$ o **fuerza contra-electromotriz** en el circuito tal que

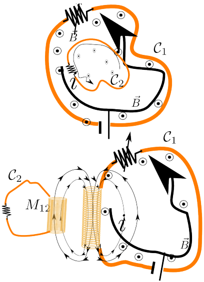
$$\mathcal{E}_{ind} = -L\frac{di}{dt}$$

- En un circuito **corto** respecto a la sección de los conductores, $L$ puede despreciarse.
- Si el circuito incluye **solenoides**, $L$ puede ser grande, y localizada en el elemento.
- Se define la autoinducción $L$ del elemento como aquella que se obtendría al incluir ese elemento en un circuito de autoinducción despreciable.




- Al variar la corriente, entre los terminales del elemento se establece una FEM
$$\mathcal{E}_{ind} = -L\frac{di}{dt}$$
- Para un solenoide, $L = \frac{\Phi_B}{i} = \mathcal{S}\mu_0 n N = \mathcal{S}\mu_0 N^2/\ell$.

# Inducción Mutua




- Dados dos circuitos $\mathcal{C}_1$ y $\mathcal{C}_2$, el campo debido a la corriente que circula por $\mathcal{C}_1$ induce un flujo en $\mathcal{C}_2$ tal que

$$\Phi_B^{(2)} = M_{12} i_1 \,.$$

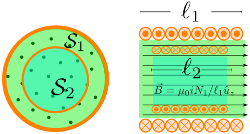
  Llamamos la **Inductancia Mutua** $M_{12}$ a la constante
- Por el **principio de acción y reacción**,

$$\Phi_B^{(1)} = M_{21} i_2 \text{ con } M_{21} = M_{12} \,.$$

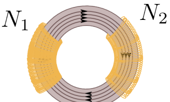
- De esta manera, por la **Ley de Faraday** una variación en la corriente en el circuito $\mathcal{C}_1$ inducirá una $\mathcal{E}_{ind}$ en el circuito $\mathcal{C}_2$

$$\mathcal{E}_2 = -M_{12} \frac{di}{dt}$$

- En general, la inducción mutua entre conductores es relativamente pequeña, salvo que los circuitos incluyan solenoides acoplados magnéticamente.
- Este es el principio básico de los **transformadores de corriente alterna**.
- Para dos solenoides enrollados sobre un mismo eje, con secciones $\mathcal{S}_1$ y $\mathcal{S}_2 < \mathcal{S}_1$, número de espiras $N_1$ y $N_2$ y longitudes $\ell_1$y $\ell_2 < \ell_1$,
  $M_{12} = M_{21} = \mu_0 N_1 N_2 \mathcal{S}_2/\ell_2$

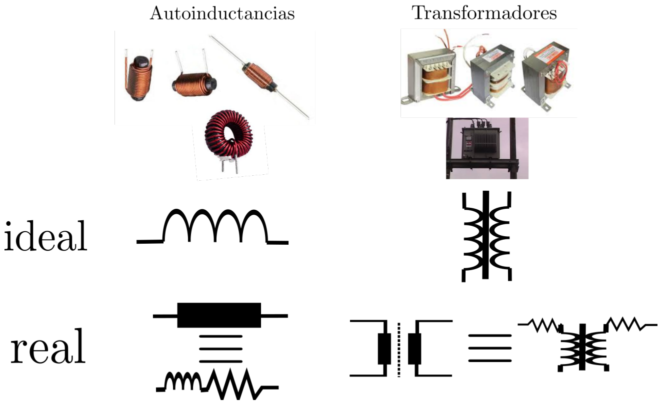



$M_{12} = \mu_0 \mathcal{S}_2/\ell_1 N_1 N_2$




$M_{12} = \mu N_1 N_2 \mathcal{S}/\ell$

# Representación de componentes inductivos en circuitos



# Unidades de Inductancia y Autoinductancia

- En el sistema internacional la unidad de Inductancia (y de inductancia mutua) es el Henry o Henrio $(\mathrm{H} = \Omega \times \mathrm{s})$. Algunos valores aproximados de $L$ son
- Cables, $L \approx 10^{-7}\mathrm{H/m}$
- Lámpara incandescente, $L \approx 100\mathrm{mH}$
- Lámpara fluorescente $\approx 1\mathrm{H}$
- Motor eléctrico $\approx 10\mathrm{H}$

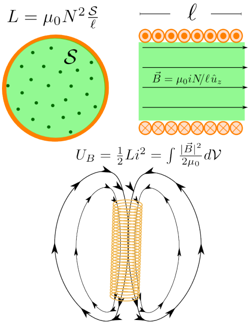
# Energía Magnética

# Potencia en un autoinductor

- La relación $\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$ implica que al establecerse una corriente en un conductor, se **absorbe** una potencia $P_e = -\mathcal{E}i = Li\frac{di}{dt} = \frac{L}{2}\frac{di^2}{dt}$.
- Integrando esta expresión, vemos que para lograr una corriente estacionaria $i$, se requiere una cantidad de energía

$$U_B = \int P_e dt = \frac{1}{2}Li^2$$

- Cuando la corriente cesa, esta energía es entregada nuevamente al circuito.

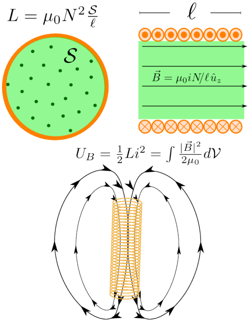


# Energía Magnética

- En el caso de un solenoide, podemos escribir esta energía $U_B$ en términos del **Campo magnético** producido por la corriente:

$$
\begin{aligned}
U_B &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 \mathcal{S} N^2 i^2}{2\ell} \\
&= \frac{\mu_0^2 \mathcal{S}\ell N^2 i^2}{2\mu_0 \ell^2} = \frac{(\mu_0 i N/\ell)^2}{2\mu_0}(\mathcal{S}\ell) \\
&= \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0}\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}} \mathcal{U}_B d\mathcal{V}
\end{aligned}
$$

donde $\mathcal{V}$ es el **volumen** contenido dentro del solenoide y $\mathcal{U}_B = \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0}$ la **densidad de energía magnética**.




- Interpretamos entonces que el **campo magnético almacena** la energía absorbida al establecerse la corriente, y la **entrega** cuando la corriente cesa y este desaparece.

- Se puede probar que en general,

$$U_B = \int \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} d\mathcal{V}$$

- Llamamos al integrando

$$\mathcal{U}_B = \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0}$$

  la *densidad de energía magnética*.
- Los inductores almacenan en su interior una energía magnética

$$U = \frac{1}{2}\sum_i L_k i_k^2 + \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} M_{kl} i_k i_l$$

  donde $L_k$ es la auto inductancia del k-esimo circuito y $M_{kl} = M_{lk}$ la inductancia mutua entre los circuitos $k-$ésimo y $l-$ésimo.