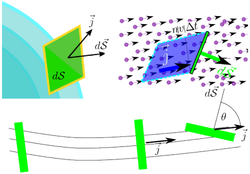
Clase 12 - Corriente y fuerza electromotriz.

Prof. Juan Mauricio Matera

15 de octubre de 2025

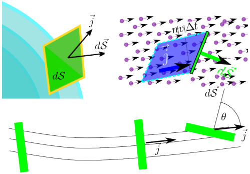
Corriente y densidad de corriente eléctrica



- Una corriente eléctrica es el resultado del movimiento colectivo de un conjunto de partículas cargadas.
- En clases anteriores vimos que una cantidad adecuada para describir el movimiento colectivo de partículas era su **densidad de flujo**. La **densidad de flujo de partículas** es una **magnitud vectorial** que se relacionaba con la densidad y la velocidad media de esas partículas:

$$\vec{j}_p(\vec{x}, t) = n(\vec{x})\vec{v}_{\mathrm{media}}(\vec{x}, t)$$

- Una corriente eléctrica es el resultado del movimiento colectivo de un conjunto de partículas cargadas.
- En clases anteriores vimos que una cantidad adecuada para describir el movimiento colectivo de partículas era su **densidad de flujo**. La **densidad de flujo de partículas** es una **magnitud vectorial** que se relacionaba con la densidad y la velocidad media de esas partículas:



$$\vec{j}_p(\vec{x}, t) = n(\vec{x})\vec{v}_{\mathrm{media}}(\vec{x}, t)$$

donde $n_p(\vec{x}, t)$ es la **densidad de partículas** entorno a $\vec{x}$ y $\vec{v}_{p,\mathrm{media}}(\vec{x}, t)$ es la velocidad promedio de esas partículas en un cierto instante t.

- La **corriente de partículas** a través de una cierta superficie $\mathcal{S}$ será el número de partículas por unidad de tiempo que la atraviesan, y viene dada por la integral de flujo
  $I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$

- Si las partículas tienen carga q, decimos que son **portadores de carga**, y llamaremos al vector

$$\vec{j}(\vec{x}) = q\vec{j}_p$$

el vector **densidad de corriente (de carga) eléctrica**.

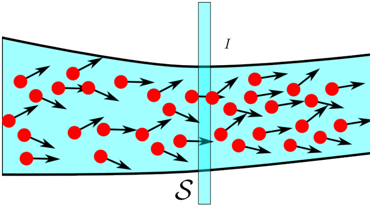
- Si sistema tiene diferentes **portadores de carga** con cargas q_i,

$$\vec{j}(\vec{x}) = \sum_i q_i \vec{j}_{p_i}$$

- Dada una superficie $\mathcal{S}$, la **corriente (de carga) eléctrica** a través de ella viene dada por $I = \int_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{S}$.

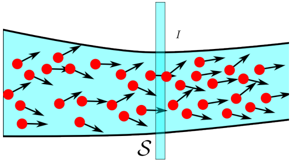
- **Principio de conservación de la carga eléctrica**: si $\mathcal{S}$ es una superficie cerrada que encierra un volumen $\mathcal{V}$, la carga $Q_{\mathcal{V}}$ contenida en este satisface la **ecuación de continuidad**:

$$\frac{dQ_{\mathcal{V}}}{dt} + I_{\mathcal{S}} = 0$$



Corriente en un haz de partículas

- Si las partículas forman un **haz**, diremos que la **corriente eléctrica** que lleva el haz es el **flujo** de $\vec{j}$ a través de cualquier superficie abierta que corte al haz (una vez): $I = \int_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{S}$
- La Corriente Eléctrica es una **magnitud fundamental** del Sistema Internacional de Unidades, y se mide en **Ampere** ($[\mathrm{A}] = \frac{[\mathrm{C}]}{[\mathrm{s}]}$).



Corrientes en soluciones de electrolitos

- Un **electrolito** es una substancia química que **se compone de iones de cargas opuestas** q y $-q$.
- Al **disolverse** en un fluído (solvente), parte de **las moléculas se electrolizan**: los iones que la componen se separan y se mueven como partículas independientes.
- Las **colisiones** entre los **iones** y las **moléculas del fluído** pueden modelarse **en promedio** como una **fuerza viscosa**: $F_{\mathrm{vis}} = -\eta(\vec{v}_{ion} - \vec{v}_0)$ con $\vec{v}_0$ la velocidad del fluído.
- En presencia de un campo externo, cada tipo de iones serán acelerados por la fuerza electrica, hasta alcanzar una velocidad límite, proporcional a la fuerza eléctrica:

  $$\vec{v}_{media,\pm} = \pm u_{\pm} q \vec{E}$$

  donde $u_{\pm}$ son las **movilidades** de los iones en el fluído.
- El movimiento colectivo de los iones dá origen a una **densidad de corriente eléctrica**, $\vec{j} = qn_{+}\vec{v}_{+} + (-q)n_{-}(\vec{v}_{-}) = q^2(u_{+}n_{+} + u_{-}n_{-})\vec{E} = \sigma\vec{E}$ donde $n_{\pm}$ son las concentraciones de los iones, σ es la **conductividad** de la solución.

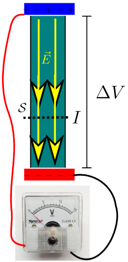
Corrientes en conductores

- De manera semejante, en el **modelo de Drude**, un **conductor** es modelado como una **red de iones positivos** a través de la que se mueven un cierto número de **electrones libres** en la llamada **banda de conducción**.
- Cada átomo del metal aporta un cierto número de electrones a la **banda de conducción**.
- Podemos modelar a los **electrones libres** como un **fluído** que puede moverse a través de la red de iones.
- Al moverse, el **fluído electrónico** interactúa con la red a través de una **fuerza promedio** de tipo viscosa: $\vec{F}_{e-red} = -\vec{v}_e/u_e$ donde $\vec{v}$ es la **velocidad promedio** de los electrones y u_e su **movilidad**.
- En presencia de un campo eléctrico, la **velocidad de arrastre** de los electrones será $\vec{v}_e = u_e(-e\vec{E})$, con e la carga del electrón.
- La densidad de corriente correspondiente será $\vec{j} = n_e(-e)\vec{v}_e = n_e e^2 u_e \vec{E} = \sigma \vec{E}$, con $\sigma = n_e e^2 u_e$ la **conductividad eléctrica** del metal. Esta identidad es conocida

Corrientes de convección y corrientes de conducción

- La ley de Ohm es una *ley fenomenológica*, que aplica a algunos medios materiales.
- Se deduce del *modelo de Drude* que asume que
  - los portadores de carga son partículas
  - que interactúan con un medio a través de *colisiones*, dando origen a *fuerzas de arrastre*.
- No todas las corrientes se comportan así.
  - Si $\vec{j}$ es una función (no lineal) de $\vec{E}$, llamamos a I una *corriente de conducción*. Ejemplo: semiconductores.
  - Si $\vec{j}$ no es una función de $\vec{E}$, decimos que I es una *corriente de convección*.
- Ejemplos de corrientes de convección:
  - Fuentes radioactivas.
  - Fotoemisión (celdas solares) y termoemisión (cañon de electrones).
  - Superconductores.

Corriente en un cable conductor



Consideramos un alambre conductor de sección A, y longitud L, sujeto a una diferencia de potencial ΔV entre sus extremos.

- En su interior, las **líneas de campo eléctrico**, con las **líneas de corriente** (por la **Ley de Ohm** microscópica), y serán **paralelas** al alambre.
- El campo eléctrico en el interior será por lo tanto, paralelo al alambre y de magnitud $|\vec{E}| = |\Delta V|/L$, y con dirección hacia el extremo de menor potencial.
- La **corriente** que circula a través de la sección del cable vendrá dada por

$$I = \int_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = \int_{\mathcal{S}} \sigma \vec{E} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = |\Delta V| \frac{\sigma A}{L}$$

donde la orientación de $\mathcal{S}$ se eligió **antiparalela** al campo.

Ley de Ohm

- De esta manera llegamos a la **Ley de Ohm** macroscópica:

$$\Delta V = -IR$$

  donde $R = \frac{L}{\sigma A}$ es la **Resistencia** (eléctrica) asociada al cable I se **mide** en la misma **orientación** en que se midió ΔV .

- R se mide en Ohms ($[\Omega] = \frac{[\mathrm{V}]}{[\mathrm{A}]}$).

- Usualmente se expresa $R = \rho \frac{L}{A}$ donde A es la **sección** del conductor, L su largo y $\rho = \frac{1}{\sigma}$ la **resistividad eléctrica** del material.

- La misma descripción puede aplicarse a un sistema en el que el conductor es replazado por una **solución electrolítica**.

- En los diagramas de circuitos, suele representarse a los conductores con su **resistencia** localizada: 

Resistividad en diferentes conductores

Material	Resistividad (Ω m)	Coeficiente α ($^0C^{-1}$)
Plata	$1{,}59 \times 10^{-8}$	$3{,}80 \times 10^{-3}$
Cobre	$1{,}70 \times 10^{-8}$	$3{,}90 \times 10^{-3}$
Oro	$2{,}44 \times 10^{-8}$	$3{,}40 \times 10^{-3}$
Aluminio	$2{,}82 \times 10^{-8}$	$3{,}90 \times 10^{-3}$
Tungsteno	$5{,}60 \times 10^{-8}$	$4{,}50 \times 10^{-3}$
Hierro	$10{,}0 \times 10^{-8}$	$5{,}00 \times 10^{-3}$
Platino	$11{,}0 \times 10^{-8}$	$3{,}92 \times 10^{-3}$
Plomo	$22{,}0 \times 10^{-8}$	$3{,}90 \times 10^{-3}$
Aleación nicromo	$1{,}50 \times 10^{-6}$	$0{,}40 \times 10^{-3}$
Carbono	$3{,}50 \times 10^{-5}$	$-0{,}50 \times 10^{-3}$
Germanio	$0{,}46$	$-48{,}0 \times 10^{-3}$
Silicio	$2{,}30 \times 10^{3}$	$-75{,}0 \times 10^{-3}$
Vidrio	10^{10} a 10^{14}	
Hule vulcanizado	$\sim 10^{13}$	
Azufre	10^{15}	
Cuarzo (fundido)	$75{,}0 \times 10^{16}$	

Figure 1: Resistividades y coeficiente térmico para diferentes materiales a $T_0 = 20^o\mathrm{C}$

- Debido a que la movilidad de los **portadores de carga** decrece al aumentar la temperatura, la resistividad de los metales crecerá con esta. En una aproximación lineal,

$$\rho \approx \rho(T_0)(1+\alpha(T-T_0))$$

- Una **aplicación** de esta propiedad es el uso de resistencias como **termómetros**

Efecto Joule

- Cuando una corriente pasa a través de un conductor o una solución electrolítica, los **portadores de carga** sufren una **fuerza disipativa** igual y opuesta a la **fuerza eléctrica** que los impulsa.

- La **Potencia** disipada por unidad de tiempo por la **corriente** en un **elemento de volumen** $d\mathcal{V}$ será el **trabajo** realizado por la fuerza disipativa sobre ese elemento en esa unidad de tiempo:

$$dP = \sum_i \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v}_i = -\sum_i q_i \vec{E} \cdot \vec{v}_i \quad = \quad -\vec{E} \cdot \langle \vec{v} \rangle \rho d\mathcal{V} = -\vec{E} \cdot \vec{j} d\mathcal{V}$$

- Por la **Ley de Ohm**, $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. Luego, $dP = \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} d\mathcal{V}$.

- Integrando sobre todo el conductor (suponiendo $\vec{j}$ y σ constantes),

$$P = -\frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} AL = \frac{I^2/A^2}{\sigma/(LA)} = \frac{I^2}{\sigma A/L} = RI^2$$

- La aplicación más directa de este efecto es el uso de resistencias como calefactores.
- Sin embargo, la expresión $dP = -\vec{E} \cdot \vec{j} d\mathcal{V}$ es más general: la fuerza $\vec{F}_{ext}$ no tiene que ser necesariamente disipativa, sino que puede incluir formas de trabajo mecánico por o sobre el sistema. Un razonamiento análogo nos lleva a que

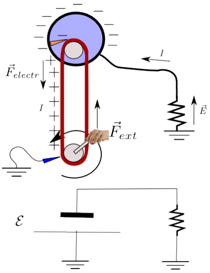
$$P = \Delta V I$$

  con ΔV medido en el **sentido de la corriente**.
- Veremos después que esta expresión es aplicable a pilas, motores, heladeras, computadoras, y en general a cualquier dispositivo eléctrico.

Fuerza Electromotriz

Fueza Electromotriz en un Generador de Van der Graaff

- En un generador de van der Graff, se extraen cargas de la banda aislante que se depositan en un conductor mediante trabajo mecánico.
- La carga remanente en la banda es enviada a tierra.
- A medida que el conductor se carga, la fuerza externa necesaria para mover la cinta aumenta, hasta que eventualmente es imposible seguir cargándolo.



- Sin embargo, si conectamos el conductor a una resistencia, es posible lograr un estado estacionario, estableciendose una **corriente continua**. Toda la carga llevada por la banda escapa por la resistencia, y todo el trabajo mecánico realizado sobre la polea, es convertido en calor en la resistencia.

Fuerza Electromotriz

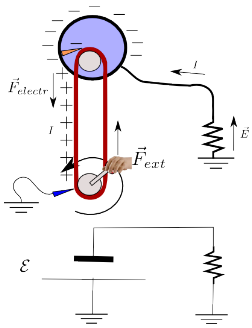
- Definimos Fuerza Electromotriz (F.E.M.) $\mathcal{E}$ como el trabajo por unidad de carga que realiza un dispositivo para sostener una corriente circulando en el sistema:

$$\mathcal{E} = \int_{-}^{+} \frac{\vec{F}}{q} \cdot d\vec{\ell} = -\int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

- Nótese que en un circuito cerrado por el que circula corriente,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

Veremos más adelante que (fuera de las condiciones electrostáticas) esta integral puede no ser nula.

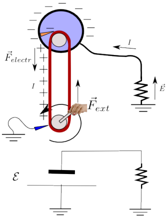


Energía entregada por una FEM

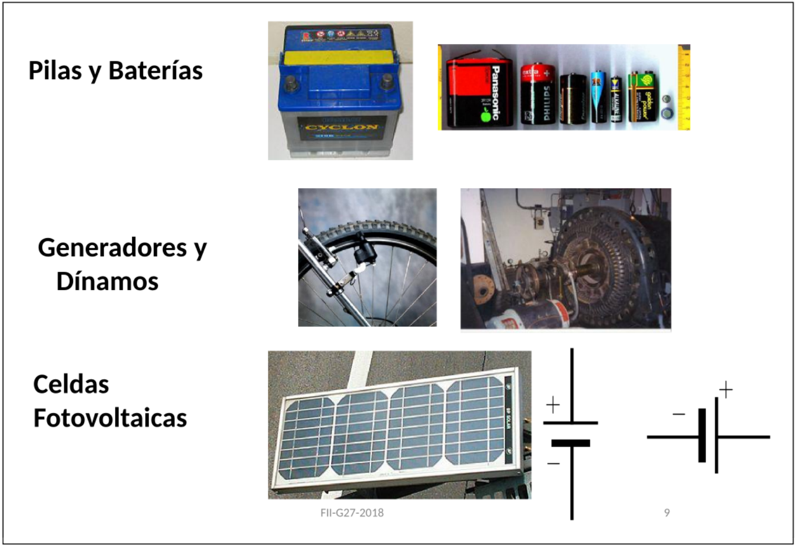
- La fuerza electromotriz puede caracterizarse por la **diferencia de potencial** ΔV que logra establecer entre el **terminal negativo** y el **terminal positivo** del dispositivo.
- Para sostener una corriente constante, la FEM debe **entregar** una **Potencia** (**trabajo por unidad de tiempo**) dada por

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \mathcal{E}\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \Delta V I$$

- Nótese que la potencia es **positiva** si la corriente circula en el sentido del terminal **negativo** al terminal **positivo**.
- En ciertas circunstancias, es posible **forzar** a la corriente a circular en sentido opuesto: en tal caso $P < 0$ y la FEM **absorbe potencia**.



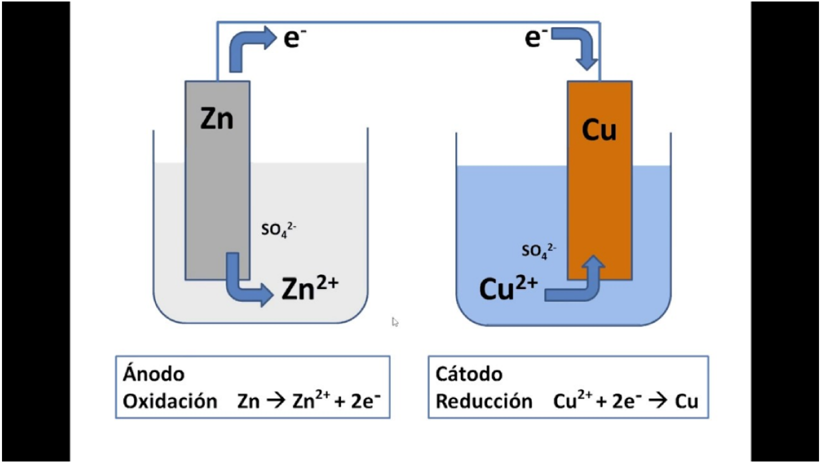
Generadores Eléctricos de CC



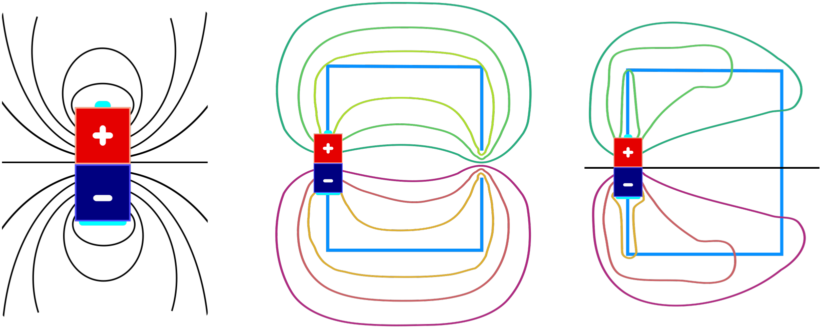
Pilas

- Una pila es un dispositivo que sostiene, mediante una reacción química, una diferencia de potencial entre dos terminales conductoras.
- En ausencia de corrientes, la fuerza electromotriz de la pila es igual a la diferencia de potencial entre sus terminales.
- En las pilas reales, al establecerse una corriente, el movimiento de cargas en su interior está sujeto a disipación. Modelamos esta disipación en términos de la Ley de Ohm como una **resistencia interna** en serie con la batería.

Pila de Daniell



Equipotenciales en un circuito de Corriente continua (estacionario)



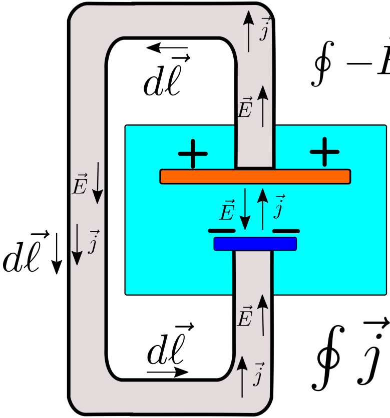
Desconecta

Circuito Abierto

Circuito Cerrado

Notar que en general, las equipotenciales pueden no estar definidas dentro del generador de FEM, pero sí lo están en una pila.

Circulación de la densidad de corriente y del campo eléctrico en un circuito con una pila



$$\oint -\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \mathcal{E}_{FEM} - IR = 0$$

$$\oint \vec{j}\cdot d\vec{\ell} = \frac{LI}{A} \geq 0$$

Ejercicios

1. Determine el campo eléctrico y la densidad de corriente en el interior de un conductor de cobre de $2\mathrm{mm}^2$ de sección cilíndrica, por el que circulan $50\mathrm{mA}$ de corriente.
2. El filamento de una lámpara de Tungsteno, conectado a una diferencia de potencial de 220V consume una potencia de 60W.
   a) Determine la resistencia eléctrica del filamento.
   b) Si la temperatura de trabajo del filamento es de 2300 grados, determine la resistencia del filamento a temperatura ambiente $(20\mathrm{C})$.
   c) si el diámetro del filamento es de $45\mu\mathrm{m}$, determine su longitud.
   d) Si todo el calor se convierte en radiación, determine el área efectiva del filamento, asumiendo que este irradia como un cuerpo negro. Compare ese área con la del alambre (ver clase 02).