Clase 12 - Circuitos

Prof. Juan Mauricio Matera

04 de octubre de 2024

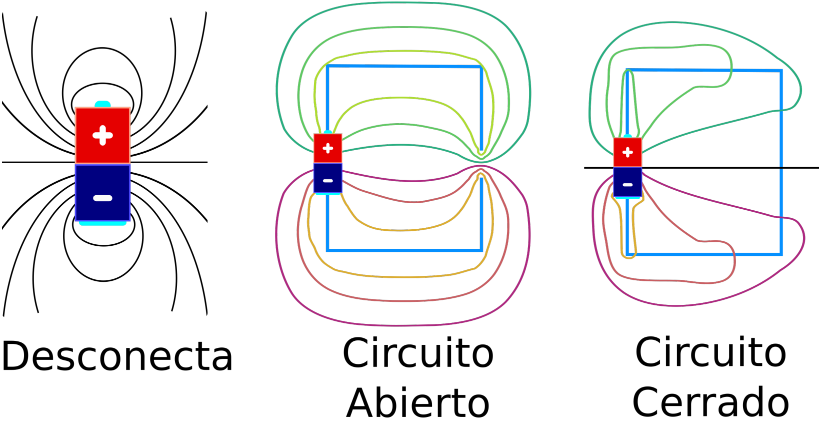
Repaso

- Capacidad: $Q = C\Delta V$: carga que debemos transferir para establecer una diferencia de potencial entre conductores descargados.
- Energía electrostática almacenada: $U = \frac{1}{2}CV^2$
- Densidad de Corriente eléctrica: $\vec{j} = \sum_i q_i n_i \langle \vec{v} \rangle_i$. Cantidad neta de carga que atraviesa una unidad de superficie por unidad de tiempo.
- Corriente a través de una superficie $\mathcal{S}$: $I_{\mathcal{S}} = \int \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}}$
- Corriente eléctrica en un haz de partículas cargadas: $I_{\mathcal{S}} = \int \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}}$ con $\mathcal{S}$ cortando todo el haz.
- La corriente se mide en Amperes $\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$.

- Ley de Ohm microscópica: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$.
  - σ es la **conductividad del medio**
  - Se deduce de los efectos disipativos en los portadores de carga.
  - válida para conductores y soluciones iónicas (no es una ley fundamental de la naturaleza).
- Ley de Ohm macroscópica: En un conductor rectilineo, $\Delta V = RI$, con $R = \frac{L}{\sigma A} = \frac{\rho L}{A} =$ la **Resistencia** del conductor, A su sección, L su longitud y $\rho = \sigma^{-1}$ su **resistividad**
- Ley de Joule: en un conductor resistivo, $P_{dis} = RI^2$ con P la **Potencia disipada** en forma de calor.
- En general, $P_{absorbida} = -\Delta V \times I$, con P la potencia absorbida por un elemento del circuito, I la corriente que lo atraviesa y ΔV la diferencia de potencial medida **en el sentido de la corriente**. P puede ser negativa (el elemento **entrega** energía electrica).

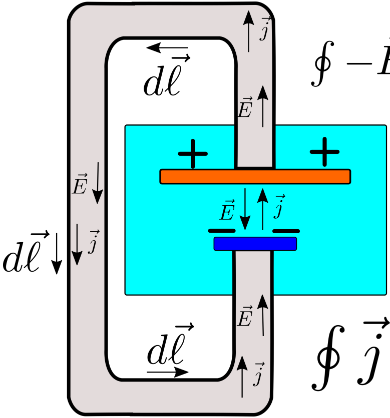
- Un generador eléctrico es un dispositivo capaz de sostener una diferencia de potencial entre dos terminales.
- F.E.M.: Trabajo externo (no eléctrico) de una fuerza que separa cargas dentro de un **generador**. $\mathcal{E} = -\int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$
- En una pila (y en los generadores reales), la diferencia de potencial entre los bornes viene dada por $\mathcal{E} - iR_{int}$ donde R_{int} es la **Resistencia Interna** del generador.
- La potencia suministrada por un generador puede expresarse como $P = VI$ donde V es la diferencia de potencial entre sus terminales, e I la corriente que lo atraviesa (en el sentido de la terminal negativa a la positiva).

Equipotenciales en un circuito de Corriente continua (estacionario)



Notar que en general, las equipotenciales pueden no estar definidas dentro del generador de FEM, pero sí lo están en una pila.

Circulación de la densidad de corriente y del campo eléctrico en un circuito con una pila

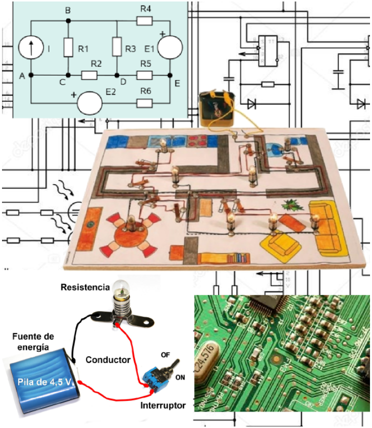


$$\oint -\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \mathcal{E}_{FEM} - IR = 0$$

$$\oint \vec{j}\cdot d\vec{\ell} = \frac{LI}{A} \geq 0$$

Circuitos

Un circuito eléctrico es la interconexión de fuentes de F.E.Ms, y resistencias y otros componentes electrónicos, formando caminos conductores cerrados.



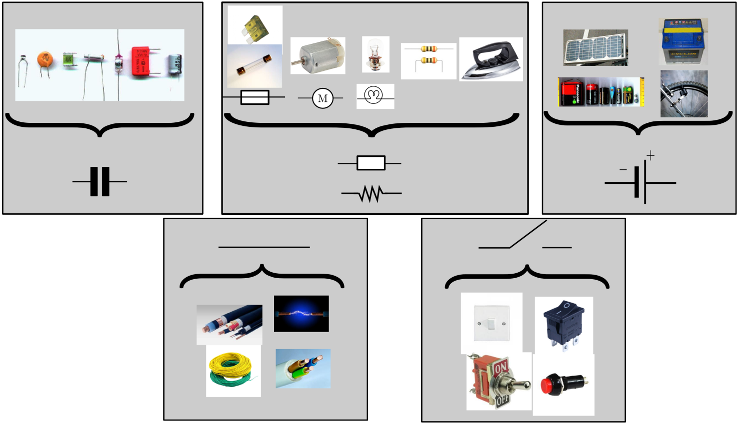
- El circuito se considera un sistema **aislado** y **neutro**:
  - la suma de las potencias entregadas por las F.E.M. es igual a la potencia consumida:

    $$\oint -\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

    sobre cualquier curva cerrada **dentro** del conductor.
  - El flujo neto de carga a través de una superficie que envuelva cualquier **componente** (completo) del circuito es nulo:

    $$\oint_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = 0$$

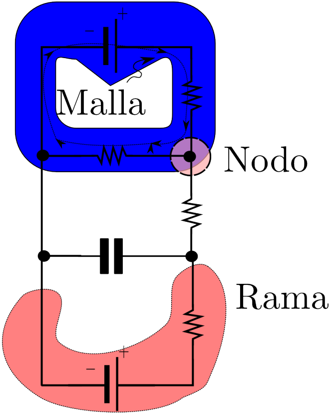
- En las aplicaciones, la descripción de los circuitos se hace en forma **modular**
    - La resistencia de los cables se desprecia, o se representan como resistencias localizadas.
    - Los componentes se describen en términos de sus características eléctricas (resistencia, F.E.M., capacidad) y su función en el circuito, sin detallar sus aspectos geométricos o forma de construcción.



Terminología

Para describir un circuito, se introducen los siguientes conceptos:

- **Malla** : una trayectoria cerrada **simple** a través de los conductores y componentes del circuito.
- **Nodo** : punto de unión de tres o más conductores.
- **Rama** : secuencia de conductores entre dos nodos. La corriente que atraviesa cada conductor o componente dentro de una rama es la misma.



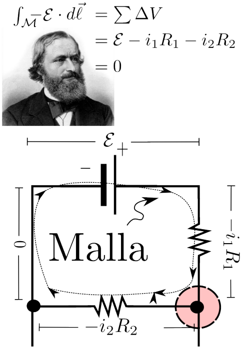
Reglas de Kirchhoff

Con estos conceptos, podemos reescribir las condiciones de conservación de la energía y la carga en un sistema en forma discreta:

- Conservación de la energía: Dada cualquier **Malla** $\mathcal{M}$,

$$\oint_{\mathcal{M}} -\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \sum_i \Delta V_i = 0$$

  donde ΔV_i es la **diferencia de potencial** entre los bornes del i-ésimo elemento sobre la malla, en el **sentido de circulación de la malla**
- Nótese que la ecuación no cambia si se invierte el sentido de circulación de la malla.



- Conservación de la carga:
  - La corriente a lo largo de una rama es constante:

    $$\oint_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = I_{\text{saliente}} - I_{\text{entrante}} = 0$$

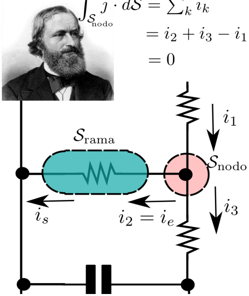
    donde $\mathcal{S}$ es una **superficie cerrada** que envuelve una parte de la rama, e I_{saliente} y I_{entrante} son las contribuciones a la integral en los puntos que $\mathcal{S}$ intersecta a la rama.
  - Sobre un nodo, la suma de corrientes entrantes es igual a la suma de corrientes salientes:

    $$\oint_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = \sum_{i \in \text{salientes}} I_i - \sum_{i \in \text{entrantes}} I_i = 0$$

    donde $\mathcal{S}$ es una superficie que encierra al nodo.

$$\int_{\mathcal{S}_{\text{rama}}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = I_e - I_s = 0$$

$$\int_{\mathcal{S}_{\text{nodo}}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = \sum_k i_k = i_2 + i_3 - i_1 = 0$$

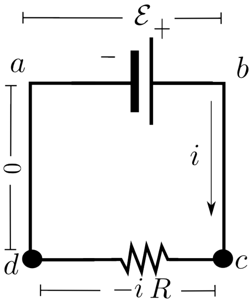


- Estas condiciones se conocen como **Reglas de Kirchoff**.
  - Regla de **mallas**: $\sum_i \Delta V_i = 0$ alrededor de cualquier **malla**
  - Regla de **nodos**: $\sum_k \Delta i_k = 0$ en cualquier **nodo**
- **Resolver** un circuito consiste en **determinar todas sus corrientes y caídas de potencial** a partir de sus **parámetros** (F.E.M's, resistencias, etc).
- En un circuito con N nodos, las ecuaciones de **nodos** proveen $N-1$ ecuaciones linealmente independientes.
- En un circuito con M **mallas simples** (aquellas tales que todo par de puntos está conectado exactamente por dos caminos), la regla de mallas provee M ecuaciones independientes.
- En lo que sigue del módulo consideraremos circuitos en **Estado Estacionario** (todas las tensiones y corrientes son constantes).

Circuito Resistivo elemental

Consideremos el circuito más simple imaginable: una resistencia conectada a una F.E.M.

- Podemos asumir que la corriente cruza a la FEM en la dirección que el potencial **crece**
- Una única malla:$\mathcal{E} - iR = 0$
- No hay nodos.$i = \mathcal{E}/R$



Notemos ahora que si proponíamos el sentido opuesto de circulación de la corriente, $\mathcal{E} + iR = 0$ y luego, $i = -\mathcal{E}/R$. La corriente circulaba en la dirección opuesta (la que elegimos al principio).

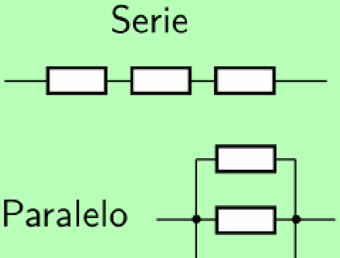
Combinaciones serie y paralelo

- Se dice que un conjunto de elementos están conectados **en serie** si yacen sobre una *misma rama*. La corriente es la misma en cada uno de ellos.

- En el caso de capacitores en serie, todos los elementos comparten la misma *carga*.

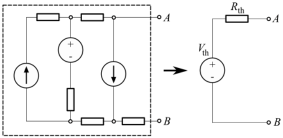
- Un conjunto de elementos están *en paralelo* si todos los elementos están conectados a un mismo *par de nodos*. Todos los elementos están sometidos a la misma diferencia de potencial.

Eq	Serie	Paralelo
C_{eq}	$\frac{1}{\sum_i \frac{1}{C_i}}$	$\sum_i C_i$
R_{eq}	$\sum_i R_i$	$\frac{1}{\sum_i \frac{1}{R_i}}$
$\mathcal{E}_{eq}$	$\sum_i \mathcal{E}_i$	-



Teorema de Thevenin

- Todo (sub)circuito formado por componentes lineales (resistencias y FEMS) que termina con dos terminales libres es equivalente a una rama con una única FEM y una única resistencia conectadas en serie.
- Las combinaciones serie y paralelo son un caso particular de este teorema.
- Toda fuente de energía electrica puede caracterizarse por una FEM y una resistencia interna en serie.

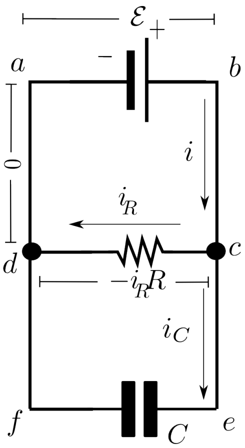


Circuito RC estacionario

Consideremos ahora este otro circuito. Decimos que la resistencia tiene un **Capacitor** en **Paralelo**.

- Por ser estacionario, asumimos que el capacitor está cargado (Q=C V={cte}). Luego, no hay corriente a través de él ($i_c = -\frac{dQ}{dt} = 0$).
- Los únicos nodos (c y d) son triviales: $i - i_R - i_C = 0 \rightarrow i' = i$.
- La primera malla *abcd* es idéntica al caso anterior: $\mathcal{E} - iR = 0$. Obtenemos entonces $i = i' = \mathcal{E}/R$
- Elegimos la segunda malla como *abef*:

$$\mathcal{E} - V_C = \mathcal{E} - Q/C = 0 \Rightarrow Q = C\mathcal{E}$$

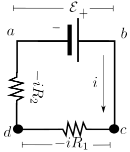


Circuito RC serie

- Si el capacitor está **en serie** con la resistencia, en el estado estacionario la corriente se anula.
- Al no haber caída de potencial en la resistencia, la diferencia de potencial en el capacitor cumple

$$\mathcal{E} - \Delta V_c = 0$$

Circuito con resistencias en serie



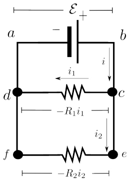
- Nuevamente, en este circuito no hay nodos
- La ecuación de mallas resulta ser

$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 = 0$$

de manera que $i = \frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2}$

- A los efectos del cálculo de la corriente, el circuito es equivalente a un circuito con una única resistencia de valor $R_{eq} = R_1 + R_2$.
- En general, si sobre una rama encontramos más de una resistencia R_1, R_2, ..., decimos que estas resistencias están **en serie**, y podemos "simplificar" el circuito remplazandolas por una única $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots$.
- Una vez resuelto el circuito, podemos recuperar las caída de tensión en la resistencia R_k como $\Delta V_k = iR_k$.

Circuito con resistencias en paralelo



- En el nodo c, $i - i_1 - i_2 = 0$. Luego, $i = i_1 + i_2$.
- Las ecuaciones de las mallas *abcd* y *abef* resultan ser

$$\mathcal{E} - i_1 R_1 = 0 \quad \text{y} \quad \mathcal{E} - i_2 R_2 = 0$$

  de manera que
  $i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$, $i_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}$, y $i = \frac{\mathcal{E}}{1/R_1 + 1/R_2}$
- A los efectos del cálculo de la corriente, el circuito es equivalente a un circuito con una única resistencia de valor $R_{eq} = (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}$.

- En general, si entre un par de nodos tienen conectadas resistencias R_1, R_2, ..., decimos que estas resistencias están **en paralelo**, y podemos "simplificar" el circuito remplazandolas por una única $R_{eq} = (1/R_1 + 1/R_2 + \ldots)^{-1}$.
- Una vez resuelto el circuito, podemos recuperar la corriente en la resistencia R_k como $i_k = \Delta V / R_k$.

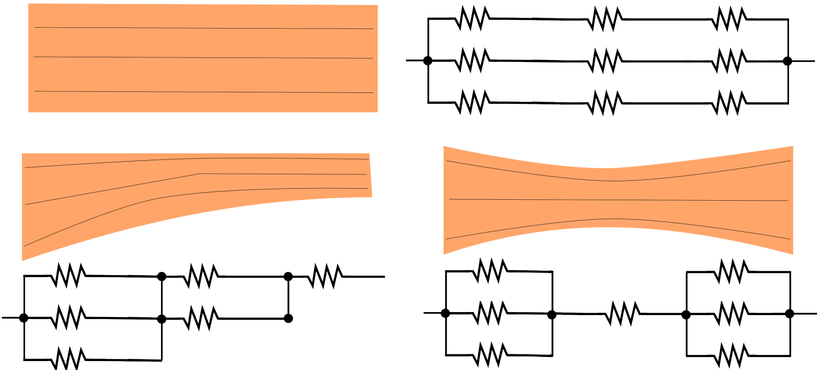
- La potencia total disipada en un conjunto de resistencias en serie es igual a la potencia disipada por su resistencia equivalente:

$$P = \sum_k i^2 R_k = i^2 \sum_k R_k = i^2 R_{eq}$$

- La potencia total disipada en un conjunto de resistencias en serie es igual a la potencia disipada por su resistencia equivalente:

$$P = \sum_k \frac{\Delta V^2}{R_k} = \Delta V^2 \sum_k \frac{1}{R_k} = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

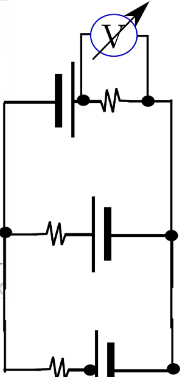
Conductor como una combinación serie y paralelo de resistencias



Medidas de diferencias de potencial y corrientes

- Hasta aquí, asumimos que los componentes de un circuito tenían características conocidas y, mediante las leyes de Kirchoff, dedujimos los valores de tensión y corrientes en cada uno de ellos.
- Sin embargo, en la práctica interesa medir las tensiones y las corrientes para luego deducir las características de los componentes. Para eso se utilizan los **voltímetros** y los **amperímetros**.
- Estos instrumentos deben dar una lectura sin alterar de forma apreciable al circuito.
- Los parámetros que caracterizan a voltímetros y amperímetros son:
  - Rango de trabajo: Valores máximos y mínimos que permite medir.
  - Tolerancia: Porcentaje de incerteza en el resultado.
  - Resistencia Interna: Efecto que tiene al ser conectado sobre el circuito.

- Un **Voltímetro** es un dispositivo que permite determinar la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito.
  - Tiene dos terminales: una roja y una negra. La lectura del dispositivo nos dará la diferencia de potencial $\Delta V = V_{rojo} - V_{negro}$
  - Para medir la diferencia de potencial sobre un componente, el **Voltímetro** se conecta en **Paralelo** con este.
  - Para minimizar el efecto sobre el circuito, la resistencia del voltímetro debe ser mucho más grandes que las resistencias que intervienen en el circuito.



Voltímetro Electrostático

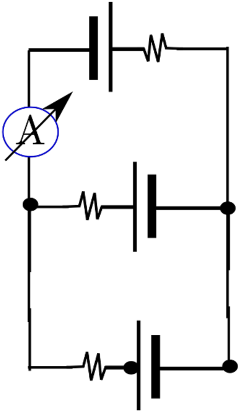
- Es un dispositivo que permite determinar una diferencia de potencial
- Tiene la estructura de un capacitor variable, con una armadura fija, y otra movil y con una aguja solidaria a una de las armaduras, y a un muelle.
- La armadura móvil está sujeta a dos **torques**:
  - el debido al muelle $\mathcal{T}_{muelle} = k\varphi$
  - el debido a la interacción electrostática con la otra armadura.
- Este dispositivo sólo sirve para medir diferencias de potencial grandes (del orden de kV).

- Un **Amperímetro** es un dispositivo que permite determinar la corriente que circula en una rama del circuito.
  - Tiene dos terminales: una roja y una negra. Para medir, se intercalan las terminales **en serie** con la rama. La lectura indicará la **corriente** en el sentido que va de la terminal **negra** hacia la **roja**.
  - Para minimizar el efecto sobre el circuito, la resistencia del amperímetro debe ser la mínima posible, para no introducir **diferencias de potencial**.


SINCE 2003
AIDBUCKS
DIGITAL MULTIMETER
PM18C
SEL
TRUE RMS
20A
COM


A
PeakTech
205


A


A

Galvanómetros de aguja

- Permiten medir corrientes muy pequeñas con mucha precisión.
- Discutiremos su principio de funcionamiento en el segundo módulo.

- Mediante un **amperímetro**, también podemos medir **diferencias de potencial** agregando en serie con el instrumento una resistencia de valor conocido R. La lectura de la tensión se obtiene multiplicando la corriente medida por el valor de la resistencia.
- Mediante un **voltímetro** podemos medir **corrientes** conectando una resistencia en paralelo al instrumento de valor conocido y muy pequeño R. La lectura de la corriente se obtiene como el cociente entre la lectura de V y R.

- Por este motivo, es común encontrar dispositivos que miden tensiones, corrientes y otros parámetros eléctricos, a los que llamamos **Multímetros** o $AVO - metros$. El típo de magnitud y el rango se seleccionan mediante un **dial** y un sistema de clavijas.
- Los múltímetros modernos son capaces de medir directamente otras magnitudes como resistencias, capacidades, temperaturas y muchas otras magnitudes.