Modelos Matemáticos en Física Clásica

Práctica 8: Rotación del cuerpo rígido

1. Considere un sólido infinito rotando alrededor del eje z fijo en un sistema inercial (asuma que el centro de masas coincide con el origen) con velocidad angular constante $\vec{\Omega} = \Omega \check{k}$.

   a) Calcule el campo de velocidades $\vec{v}(\vec{r}, t)$ que ve un observador inercial en cada punto $\vec{r}$ del espacio.

   b) Calcule $\vec{\nabla} \times \vec{v}$ y $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$, derivando respecto de las coordenadas del sistema inercial.

   c) Interprete en una gráfica y en términos de los teoremas de Gauss y de Stokes

2. Calcule el tensor de inercia de una placa cuadrada homogénea de lado L y masa total M respecto de los siguientes sistemas de ejes solidarios a la placa:

   a) el origen coincide con el centro de la placa, el eje z es perpendicular a la placa y los ejes x e y intersecan a los lados en su punto medio.

   b) el origen coincide con el centro de la placa, el eje z es perpendicular a la placa pero los ejes x e y pasan por las diagonales del cuadrado.

   c) compruebe explícitamente que ambos resultados se relacionan mediante una rotación de ángulo $\pi/4$ alrededor del eje z.

3. Calcule los momentos de inercia (es decir, los elementos del tensor de inercia cuando es diagonal en los ejes principales) para los siguientes sólidos homogéneos:

   a) disco plano de masa M y radio R.

   b) esfera de masa M y radio R.

   c) varilla de masa M y longitud L

(haga consideraciones de simetría para elegir los ejes principales de cada cuerpo antes de calcular)