Modelos Matemáticos en Física Clásica

Práctica 4: Momento angular. Fuerzas centrales.

1. Una partícula de masa M está girando sobre una superficie sin roce, unida a una cuerda de masa despreciable cuya longitud se regula haciéndola pasar a través de un orificio en la superficie. Cuando la longitud de la cuerda es l_0, la velocidad angular es ω_0.

   a) Si la cuerda se acorta a una longitud $l < l_0$, calcule la nueva velocidad angular.

   b) Compare la energía cinética en ambas situaciones.

   c) ¿Qué fuerza es responsable del cambio de energía cinética? ¿Cuánto trabajo ha realizado?

2. Calcule el momento angular de un satélite de masa m_s en órbita circular de radio r alrededor de la Tierra (considere a la Tierra como fija en un sistema inercial). El resultado debería ser expresado en términos de r, m_s, G y la masa de la Tierra, M_T. Exprese además la energía cinética, potencial y mecánica en términos del momento angular, la masa del satélite y el radio de la órbita.

3. Considere para el satélite del ejercicio anterior una órbita más general que la circular.

   a) Pruebe que la órbita debe ser plana

   b) Pruebe que el vector posición del satélite respecto de la Tierra "barre áreas iguales en tiempos iguales", es decir que la razón de cambio del área barrida respecto del tiempo es constante.

4. Una partícula libre viaja en línea recta a velocidad constante $\vec{v}$. Su trayectoria pasa a una distancia mínima d respecto de un observador O. Calcule el momento angular de la partícula respecto de O y verifique que es constante.

5. Un protón se aproxima a un núcleo pesado con Z protones (Z: número atómico). A separación infinita la energía cinética del protón es $\frac{1}{2}m_p v_0^2$, mientras que la proyección lineal de su trayectoria pasaría a una distancia b del núcleo (b: parámetro de impacto); el protón experimenta un campo de fuerzas central repulsivo provocado por el núcleo, con energía potencial $Z\,e^2/r$ respecto de infinito.
   Calcule el acercamiento mínimo entre el protón y el núcleo.