Modelos Matemáticos en Física Clásica

Práctica 1: Cinemática

1. Considere el movimiento de un proyectil en el campo gravitatorio superficial de la Tierra, con aceleración constante $\vec{g} = (0, -9{,}8\, m/s^2)$. Si parte desde una cornisa de $100\, m$ de altura, con velocidad de $10\, m/s$ formando un ángulo de 60^osobre la horizontal,

   a) escriba las funciones que describen su posición y velocidad en función del tiempo. Luego calcule y grafique:

   b) el tiempo que tarda en llegar al suelo, el punto en que lo hace y la velocidad con que impacta.

   c) la posición de máxima altura alcanzada, y la velocidad en ese punto.

   d) la trayectoria.

   e) la curvatura de la trayectoria en el punto de altura máxima.

   f) una animación del movimiento con GeoGebra.

2. Considere el movimiento de una partícula sobre una circunferencia de radio R, descripto por un ángulo trigonométrico variable $\theta(t)$. Se llama velocidad angular a $\omega(t) = d\theta/dt$ y aceleración angular a $\alpha(t) = d\omega/dt$.

   a) escriba la función posición vectorial $\vec{r}(t)$, la velocidad $\vec{v}(t)$, y la aceleración $\vec{a}(t)$.

   b) en el caso de movimiento angular uniformemente variado se tiene $\theta(t) = \theta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2$. Grafique las componentes de $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ y analice los instantes de mayor desplazamiento en cada eje.

   c) pruebe que la aceleración vectorial tiene una componente radial de valor $-\omega^2 R$ y una componente tangencial de valor αR. Observe que hay aceleración incluso cuando $\alpha = 0$.

   d) diseñe una animación del movimiento con GeoGebra, mostrando velocidad y aceleración en cada instante.

3. La ecuación diferencial ordinaria
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$
   describe el llamado movimiento armónico simple, donde ω se llama frecuencia angular.

   a) halle la solución general de esta ecuación de movimiento para $x(t)$.

   b) grafique y describa cualitativamente una solución particular.

   c) calcule el tiempo que se tarda en repetir una posición y velocidad dadas, llamado período del movimiento.

   d) calcule la cantidad de períodos recorridos por unidad de tiempo, llamada frecuencia del movimiento.

4. Respecto de un sistema de coordenadas cartesiano, una partícula se mueve en el plano con aceleración constante dada por $\vec{a} = (1, \sqrt{3})\, m/s^2$.

a) escriba las funciones que describen su posición y velocidad en función del tiempo.

b) encuentre un sistema cartesiano rotado donde estas expresiones sean más sencillas y resuelva nuevamente.

c) muestre que las soluciones se relacionan mediante una rotación adecuada.

5. Respecto de un sistema de coordenadas cartesiano fijo a Tierra, una partícula se mueve con aceleración constante dada por $\vec{a} = (5, 0)\, m/s^2$, partiendo desde el reposo y desde el origen cuando un cronómetro marca $t = 0\, s$.

   a) describa su movimiento respecto de el sistema fijo (posición, velocidad y aceleración en función del tiempo).

   b) describa ese movimiento visto por un observador que se mueve respecto de Tierra con $\vec{V} = (2, 0)\, m/s$ (posición, velocidad y aceleración en función del tiempo), siendo que pasa por el origen del sistema fijo cuando $t = 0\, s$.