Práctica 7: radiación de cargas aceleradas

1. Considere una partícula de carga q moviéndose en una trayectoria acotada definida por el vector posición $\vec{y}(t)$.

a) Obtenga los potenciales de Liénard-Wiechert por medio de una transformación de Lorentz partiendo de los potenciales en un sistema en el que la carga está instantáneamente en reposo en el tiempo retardado t'.

b) Calcule los campos y muestre que $\vec{B}$ es perpendicular a $\vec{E}$ y a la posición instantánea $\vec{R}(t')$.

c) Para el caso de movimiento uniforme, compare la expresión obtenida con la del problema 1 de la Práctica 4.

d) Escriba los campos en la zona de radiación.

2. Muestre que la radiación de una partícula cargada acelerada en forma colineal a su velocidad es máxima para la dirección definida por

$$\cos\theta_{\max} = \frac{\sqrt{1+15\beta^2}-1}{3\beta}\,.$$

Obtenga el valor de $\theta_{\max}$ en el límite $\beta \to 1$.

3. Una partícula de masa m y carga q se mueve en un plano perpendicular a un campo magnético $\vec{B}$ constante y uniforme.

a) Escriba la energía total emitida por unidad de tiempo en términos de los datos m, q, B y el parámetro relativista γ de la partícula.

b) Si a tiempo $t = 0$ la partícula tiene una energía $E_0 = \gamma_0 m$, muestre que el tiempo t para el cual su energía es $E = \gamma m < E_0$ es, para $\gamma \gg 1$, aproximadamente

$$t \simeq \alpha\left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_0}\right)$$

c) Si la partícula inicialmente es no relativista y tiene a $t = 0$ una energía cinética T_0, calcule su energía cinética al tiempo t.

4. Una partícula relativista de carga q y masa m pasa a través de un capacitor de placas paralelas de longitud l. El campo $\vec{E}$ en el interior del capacitor es homogéneo y constante. La partícula ingresa al capacitor con una velocidad $\vec{v}_0$ perpendicular a $\vec{E}$ y paralela a las placas, y viaja tan rápido que su desviación puede despreciarse. Calcule la energía total radiada durante el paso de la partícula por el capacitor.

5. Una partícula de carga q y masa m efectúa un movimiento circular uniforme con frecuencia ω

a) Calcule los campos eléctrico y magnético en la aproximación no relativista.

b) Analice la polarización del campo eléctrico de radiación.

c) Calcule la potencia angular instantánea radiada.

6. El modelo primitivo de Bohr para el átomo de hidrógeno consiste de un electrón moviéndose en una órbita estacionaria circular alrededor del protón.

- **a)** Si el radio de la órbita (radio de Bohr) es $r_B = 0{,}53 \times 10^{-8}$ cm , muestre que según la teoría clásica el electrón radiaría energía a razón de 0,46 erg/seg.
- **b)** Estime el tiempo que tardaría el electrón en caer al centro.
- **c)** Calcule el número de vueltas que daría antes de caer.

7. Considere una partícula de carga q que se mueve en el eje z según la expresión $z(t) = a\cos[\omega_0 t]$.

- **a)** Calcule la potencia angular instantánea radiada.
- **b)** Analice el límite no relativista y calcule la potencia angular media radiada en este caso.

8. Considere dos partículas de cargas q y $-q$ oscilando armónicamente con frecuencia ω_0 en la dirección $\hat{z}$ alrededor del origen con amplitudes (complejas en general, para representar desfasajes) A_+ y A_- respectivamente. Suponga un movimiento no relativista, $\omega_0\,|A_\pm| << c$.

- **a)** Calcule los potenciales electromagnéticos.
- **b)** Calcule los campos electromagnéticos en la zona de radiación.
- **c)** Calcule la potencia angular media radiada. ¿En qué direcciones es máxima? ¿Bajo qué condiciones no hay radiación?

9. Una partícula en movimiento no relativista, de carga ze, masa m y energía cinética E colisiona de frente con un campo central de fuerza fijo de rango finito. La interacción es repulsiva y descripta por la energía potencial $U(r)$, que es mayor que E a una distancia menor a un cierto $r_{\min}$.

- **a)** Calcule la energía total radiada.
- **b)** Si el potencial es $U(r) = kzZe^2/r$ y la velocidad de la carga en el infinito es v_0, encuentre la energía total radiada.

10. Una partícula relativista de carga q y masa m que se mueve sobre el eje x incide sobre una partícula de carga Q fija en el origen. Inicialmente, en $x \to \infty$ y $t \to -\infty$, la velocidad de la partícula es β_0. Calcule la energía total radiada.