

Práctica 3: energía y momento relativistas

- Sean $(\check{e}_\mu)^\nu \equiv \delta_\mu^\nu$ las componentes de los versores en las direcciones $\mu = 0, 1, 2, 3$. Considere un vector arbitrario p de componentes $(p^\mu) = (p^0, \vec{p})$
 - Encuentre una rotación $R(\vec{p})$ tal que $R(\vec{p})\vec{p} = |\vec{p}|\check{e}_3$.
 - Si p es tipo tiempo, encuentre la transformación de Lorentz que lo lleva a la forma $m\check{e}_0$, donde $m^2 = p^2$.
 - Si p es tipo espacio, encuentre la transformación de Lorentz que lo lleva a la forma $m\check{e}_3$, donde $m^2 = -p^2$.
 - Si p es tipo luz, encuentre la transformación de Lorentz que lo lleva a la forma $E(\check{e}_0 + \check{e}_3)$, donde $E = p^0$.
- Considere dos partículas de masas m_1, m_2 con momentos \vec{p}_1, \vec{p}_2 en el sistema de laboratorio \mathcal{O} .
 - Encuentre el boost a un sistema \mathcal{O}' en el centro de momentos (tal que $\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = \vec{0}$).
 - Escriba los tetramomentos p'_1, p'_2 en \mathcal{O}' en términos de p_1, p_2 .
- Una partícula con energía en reposo E_0 es acelerada a la energía E y choca con otra similar que se encuentra en reposo. Calcule la energía máxima disponible para la producción de partículas en el estado final.
- Una partícula de masa m y energía cinética T_0 choca elásticamente con una idéntica en reposo. Calcule el ángulo θ de dispersión de las partículas luego del choque en términos de la energía cinética de alguna de ellas. Analice en qué condiciones el ángulo se minimiza.
- Una partícula de masa m choca con otra de masa M que está en reposo. Como resultado del proceso se generan n partículas de masas $m_i, i = 1, 2, \dots, n$.
 - Determine la energía cinética umbral de m para que la reacción tenga lugar.
 - Para producir un par protón-antiprotón se requiere, en el sistema del centro de masas, una energía de $2m_p = 1862$ MeV. Calcule la energía mínima de un electrón necesaria para producir dicho par en un choque contra un protón en reposo, en el proceso $e^- + p \rightarrow e^- + \bar{p} + p + p$.
- Un fotón de energía E respecto al laboratorio se mueve en el plano x - y en una dirección que forma un ángulo ϕ con el eje x .
 - Muestre que en un sistema \mathcal{O}' moviéndose paralelamente al eje x con velocidad $v = \tanh \theta$ la energía del fotón es
$$E' = E \cosh \theta (1 - v \cos \phi)$$
y la dirección forma un ángulo ϕ' con el eje x' dado por
$$\cos \phi' = \frac{\cos \phi - v}{1 - v \cos \phi}$$
Estudie los casos $\phi = 0, \pi/2, \pi$ y analice el límite $v \ll 1$.
 - Si la frecuencia de la luz en el laboratorio es ν , ¿cuál es la frecuencia ν' medida en la nave?

7. Sea un sistema de masa M en reposo que decae en un número n de partículas, la suma de cuyas masas es menor que M en una cantidad ΔM .
- Calcule la energía cinética máxima de la partícula de masa m_i indicando en qué circunstancias cinemáticas la alcanza.
 - Explique cómo se observa el proceso en el sistema de centro de momentos de las $n-1$ partículas restantes.
8. Muestre que la aniquilación de un par electrón-positrón en un fotón es incompatible con la conservación de la energía y la cantidad de movimiento. ¿Qué pasa entonces con la energía del sistema en la aniquilación?
9. Analice la colisión entre un fotón de frecuencia ν y un electrón inicialmente en reposo, y determine la frecuencia final del fotón sabiendo que fue dispersado en un ángulo θ respecto a la dirección incidente. Muestre que la luz visible ($\lambda \sim 5500\text{Å}$) no sufre un cambio apreciable en su frecuencia.
10. La reacción $\pi^+ + n \rightarrow \kappa^+ + \Lambda^0$ (pion + neutrón \rightarrow kaón + lambda), requiere que la energía de los reactivos supere un valor umbral. En efecto, $m_{\pi^+} = 140$ MeV, $m_n = 940$ MeV, $m_{\kappa^+} = 494$ MeV y $m_\Lambda = 1116$ MeV, de modo que la suma de las masas de los productos es mayor que la de los reactivos.
- En el sistema donde el neutrón está en reposo, calcule la energía mínima del pion para que la reacción se produzca.
 - Si en el sistema donde el neutrón está en reposo el kaón es detectado con energía E_{κ^+} y con \vec{p}_{κ^+} perpendicular a \vec{p}_{π^+} , ¿qué energía tenía el pion?