**Métodos de la Física Matemática 2011** G A Silva
**Departamento de Física - UNLP** silva@fisica.unlp.edu.ar

**Programa**

- **Teoría de Grupos**

  Elementos básicos: Axiomas. Isomorfismos y Homomorfismos. Representación lineal de G. Subgrupo. Teorema de Lagrange. Teorema de Cayley. Cosets. Clases de elementos conjugados, interpreatción física. Diagramas de Young y permutaciones. Subgrupo invariante. Grupos simples y semisimples. Grupo cociente. Teorema de homomorfismos Producto directo de grupos. Centro de un grupo.

  Representaciones de grupos discretos: Representaciones equivalentes. Representación conjugada y contragradiente. Representaciones reales, pseudoreales y complejas. Suma directa y producto directo. Representaciones reducibles e irreducibles. Unitariedad. Teorema de Schur. Relaciones de ortogonalidad para representaciones irreducibles de grupos de orden finito. Funciones de clase, caracteres simples. Criterio de irreducibilidad. Tabla de caracteres. Algebra de un grupo de orden finito, representación regular. Teorema de Burnside. Proyectores. Aplicaciones físicas al cálculo del espectro de fluctuaciones y modos normales de moléculas.

  Teoría de Grupos y Mecánica cuántica: Operadores sobre espacios de funciones. Definición de simetría en Mecánica cuántica, degeneración. Números cuánticos e índices de representaciones irreducibles. Teorema de Bloch. Grupos de simetría y reglas de selección para elementos de matriz.

  Grupos de Lie: Variedad de grupo, dimensión de un grupo. Grupos conexos y compactos. Grupo de homotopía. Grupos simplemente conexos. Ejemplos: O(2), SL(2,R). Grupos clásicos de matrices.

  Algebras de Lie: Elementos de geometría diferencial: planos tangentes y vectores, álgebra de Lie. Push-forward y pull-back. Mapeo exponencial. Traslaciones a izquierda y derecha en G. Campos vectoriales invariantes a izquierda y derecha. Constantes de estructura de un grupo. Generadores. Algebras de Lie de grupos de matrices. Aplicación exponencial. Problema del cubrimiento, producto de mapeos exponenciales. Geometría y representantes de cosets. Representación regular y métrica invariante de Killing-Cartan. Métrica G-invariantes y bi-invariante sobre G.

  Grupo de rotaciones: Algebras de Lie de los grupos SU(2) y SO(3) y variedades de los grupos. Homomorfismo SU(2)→SO(3). Constantes de estructura totalmente antisimétricas, invariante cuadrático de Casimir. Medida de integración invariante y Teorema de Peter-Weyl. Representaciones unitarias irreducibles del grupo SU(2). Ortogonalidad de caracteres. Producto directo de representaciones irreducibles. Descomposición de Clebsh - Gordan.

  Grupo de Lorentz y Grupo de Poincare: Métrica de Minkowski y grupos de Lorentz SO(3,1) y Poincaré ISO(3,1). Álgebra so(3,1) y su complexificación. Representaciones irreducibles. Grupo de cubrimiento SL(2,C), homomorfismo SL(2,C)→SO(3,1). Grupo de Clifford, álgebra de matrices gamma. Teorema de Pauli. Espinores de Dirac, Majorana y Weyl. Grupo de Poincare ISO(3,1) y sus representaciones. Vector de Pauli-Ljubanski, helicidad.

  **Bibliografía**

  *Lie Groups, Lie Algebras and Some of Their Applications*, R. Gilmore; *Lie Groups, Physics, and Geometry: An Introduction for Physicists, Engineers and Chemists*, R. Gilmore; *Group Theory*, E. Wigner; *Group Theory and its Applications to Physical Problems*, M. Hammermesh; *Notas de clase*, H. Falomir; *Mathematics for physics II*, M. Stone; *Group Theory and Quantum Mechanics*, M. Tinkham; *Quantum Mechanics*, L. Landau; *Geometrical Methods of Mathematical Physics*, B. Schutz; *Quantum Field Theory, Vol 1*, S. Weinberg.

- **Análisis Funcional**

  Espacios de Hilbert: Espacios de funciones, definiciones y ejemplos. Distintas nociones de normas y convergencia. Secuencias de Cauchy y espacios completos. Producto interno en un espacio de funciones. Espacio de Hilbert, definición. Espacio de funciones de cuadrado sumable $L^2(a,b)$. Desigualdad de Bessel y Teorema de Parseval. Conjuntos ortonormales, polinomios ortogonales.

  Operadores sobre espacios de funciones: Operador adjunto, definición. Operador hermítico. Condiciones de contorno autoadjuntas. Ejemplos: operador impulso y operador Sturm-Liouville, c.c. de Robin.

Norma de un operador. Operadores acotados. Operadores completamente continuos. Autovalores y autovectores de operadores simétricos completamente continuos. Descomposición espectral. Operador integral de Fredholm. Ecuaciones integrales inhomogéneas. Operadores con inversa simétrica completamente continua. Problema de Sturm - Liouville.

Transformación de Fourier en $L^2(R)$: Transformación de Fourier en $L^1(R)$. Subespacios densos en $L^2(R)$: $C^0(R)$. El espacio de Schwartz. Teorema de Plancherel.

Teoría de Distribuciones: Operadores lineales y distribuciones. Teorema de Riesz-Frechet. Espacio de funciones de prueba. Funciones generalizadas (o distribuciones). Distribuciones regulares y singulares. Límite de secuencias de distribuciones. Diferenciación de distribuciones. Regularización de integrales divergentes. La distribución $(x_+)^\lambda$. Transformación de Fourier de distribuciones, continuidad. Distribuciones temperadas. Convolución de distribuciones. Soluciones fundamentales de ecuaciones diferenciales. Integración y diferenciación de orden arbitrario. Descomposición en distribuciones propias.

**Bibliografía**

*Quantum Field Theory, Vol 1*, Zeidler; *Methods of Mathematical Physics, Vol. 1*, R. Courant y D. Hilbert; *Functional analysis*, Y. Vilenkin; *Notas de clase*, H. Falomir; *Mathematics for physics II*, M. Stone; *Generalized functions*, Vol. I, I. Gelfand y G. Shilov; *An introduction to the theory of linear spaces*, G. Shilov.