Trabajo práctico N° 1

Fundamentos de Termodinámica - 22/08/17

Constantes: $R = 8,31441\ JK^{-1}mol^{-1}$
$1cal = 4,1868 Joule$

Gas Ideal Monoatómico: $PV = NRT$; $U = \frac{3}{2}NRT$

Problema 1. Un mol de un gas ideal monoatómico se encierra dentro de un cilindro rígido y aislado térmicamente, a temperatura ambiente $T_A = 300K$ (estado de equilibrio A). Se conecta una masa $m =$ 127Kg a un dispositivo que permite agitar una paleta instalada dentro del sistema, como se muestra en la figura 1. La masa cae a una velocidad constante de magnitud despreciable desde una altura $h = 1$m.

a) Calcule la temperatura final del gas cuando el sistema vuelve al equilibrio luego de que la masa toque el piso (estado de equilibrio B) y represente los estados inicial A y final B de este proceso en el plano p–V.

b) Suponga que se retira la aislación térmica del cilindro y el sistema es llevado desde el estado inicial A hasta el estado final B por medio de un proceso cuasiestático. Usando las *ecuaciones de estado* del gas, calcule el calor Q y el trabajo W recibidos por el sistema (por conveniencia) en términos de R. Comparar con item a).

c) Suponga que ahora el cilindro, además de diatérmico, puede variar su volumen. El sistema es llevado desde el estado inicial A hasta el estado final B por medio de dos procesos cuasiestáticos: i) se lo calienta a presión constante hasta un nuevo estado C. ii) luego se lo comprime a temperatura constante hasta el volumen inicial V_A. Represente el proceso en el plano p–V y usando las *ecuaciones de estado*, calcule el calor Q y el trabajo W recibidos por el sistema en términos de R.

d) ¿Qué diferencia nota entre los procesos a) y b) que unen los mismos estados termodinámicos A y B? Considere el proceso cuasiestático a volumen constante que lleva desde B hasta A. ¿Qué relación existe entre las cantidades ΔU, Q y W entre este proceso y el proceso del inciso b)?

Problema 2. Teniendo en cuenta el problema 1, hacer una tabla que muestre las cantidades ΔU, Q y W para el tramo $A \to B$ del inciso b), los tramos total $A \to B$ y parciales $A \to C$ y $C \to B$ del inciso c).

a) Comparar estas cantidades para los procesos de los inciso b) y c) que unen A con B. Indique cuáles son funciones de estado y justifique.

b) Calcule (usando la tabla) $Q_T = \oint dQ$, $W_T = \oint dW$, $\Delta U = \oint dU$ y (haciendo la integral) $\oint \frac{dQ}{T}$ en los siguientes ciclos:

- Camino cuasiestático cerrado $A \to C \to B \to A$ (sentido positivo o antihorario).
- Camino cuasiestático cerrado $A \to B \to C \to A$ (sentido nagativo u horario).

c) Indique cuáles de las cantidades anteriores son funciones de estado y justifique.

d) ¿Puede construirse con el ciclo horario del item b) una máquina térmica? En ese caso compare la eficiencia η de esta máquina con la eficiencia de un ciclo de Carnot operando entre T_A y T_B.

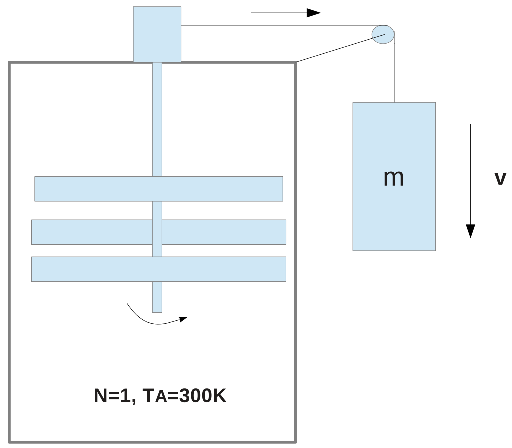

Figura 1: (Ejercicio 1) la masa m desciende y el movimiento se transmite por la soga y un mecanismo de engranajes a un paleta que agita al gas.

Problema 3. Para un sistema gaseoso particular la energía interna está dada por $U = 5PV + C$, siendo C una constante. Encontrar la relación entre P y V cuando el gas está aislado térmicamente.

Problema 4. Un gas se encuentra encerrado en un cilindro que posee un pistón móvil. Se observa, si la pared es adiabática, que un incremento cuasiestático en el volumen produce una caída de la presión según la ecuación:

$$P^3V^5 = cte,$$

tal como se ilustra en la curva convexa hacia arriba que une los estados A (V=$10^{-3}m^3$, P=10^5Pa) y B

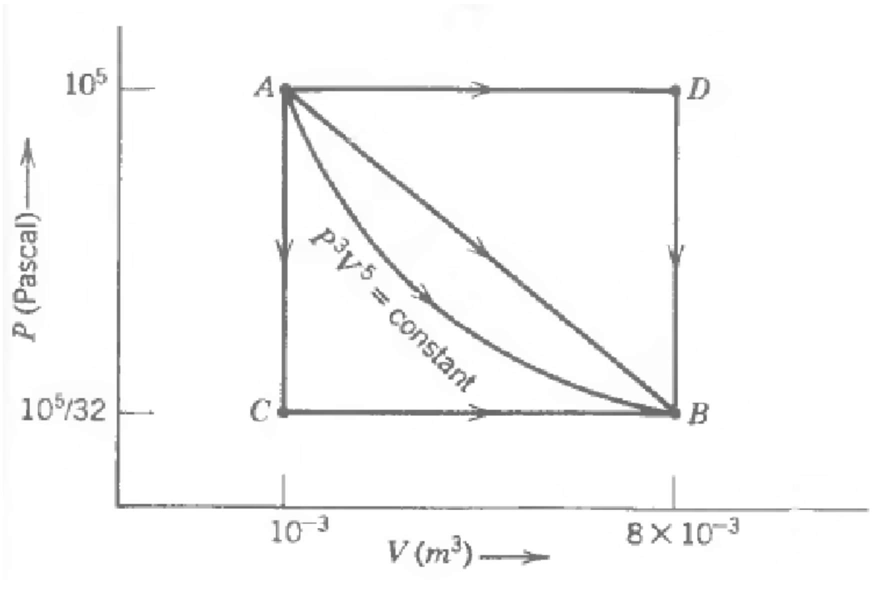

Figura 2: Estados y procesos para los Problemas 5 y 6 ; la curva convexa que une los puntos A con B es la adiabática $P^3V^5 = cte$.

(V=$8\times10^{-3}m^3$, P=$\frac{10^5}{32}Pa$) en la Figura 2. Describa cada parte del proceso $A \to D \to B$ de la Figura 2 y encuentre el trabajo cuasiestático sobre el sistema y el calor neto transferido al mismo en dicho proceso. ¿Puede calcular el calor transferido en cada tramo?

Problema 5. Al mismo cilindro del problema anterior se le instala en su interior una pequeña paleta gobernada por un motor externo. El motor ejerce un torque τ a la paleta que gira con una velocidad angular ω y le entrega una potencia $\mathtt{W}_m$ al gas. Se observa que la presión del gas, manteniendo el volumen constante y con paredes adiabáticas, aumenta por medio de la ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{2\omega}{3V}\,\tau$$

a) Halle una expresión para la potencia $\mathtt{W}_m$ y muestre que con la ecuación anterior puede determinarse la diferencia de energía entre dos estados de igual volumen. En particular, evalúe $U_D - U_B$.

b) Usando el resultado del problema anterior para un proceso adiabático y el punto a) de este ejercicio, evalúe $U_D - U_A$.

c) ¿Puede calcular el calor transferido Q_{AD} en el proceso $A \to D$? Repita para $D \to B$.¿Son consistentes los resultados con lo hallado en el problema anterior?.

Problema 6. Dos moles de un gas ideal monoatómico sufren una expansión desde un volumen $V_i = 0{,}02m^3$ a $V_f = 0{,}04m^3$ dentro de un reservorio a temperatura constante T_0. Determinar el cambio de entropía del gas y del reservorio en los siguientes casos:

a) La expansión es isotérmica y cuasiestática.

b) La expansión es *libre* (como en el llamado experimento de Joule): un volumen está dividido en dos. Inicialmente en una mitad está el gas y la otra está vacía. Luego se rompe la pared que las divide.

c) Explique cómo se aplica el teorema de Clausius al subsistema y al sistema total en cada uno de los dos ítems anteriores[1]. Recordar que una consecuencia de este teorema está dada por la desigualdad:

$$S_B - S_A \geqslant \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

donde la integral representa una transformación cualquiera entre los estados A y B.

Problema 7. Calcule el mínimo trabajo necesario para sacar una caloría de un cuerpo a temperatura $T_0 = 100K$ y entregarla al ambiente ($T_a = 300K$). Repita el cálculo para $T_0 = 1K$ y $T_0 = 10^{-3}K$.

Funciones de Estado y Diferenciales Exactas. Matemáticamente, las funciones de estado (como la energía, la entropía, y otros potenciales termodinámicos que se presentarán) son soluciones (integrales) de ecuaciones diferenciales *exactas*. Por ejemplo, la Primera Ley puede escribirse:

$$dU = -P(V,S)dV + T(V,S)dS$$

en donde V es el volúmen y S la *entropía*. La solución de esta ecuación es $U = U(V,S)$.

Problema 8. En los siguientes ejemplos, determinar cuáles de las siguientes diferenciales son “exactas” y, para las que lo sean, hallar la función $u(x,y)$ (más adelante utilizaremos este mismo procedimiento para calcular ecuaciones fundamentales a partir de sus ecuaciones de estado):

[1] Teorema de Clausius: en un ciclo cerrado con temperatura definida $\oint \frac{dQ}{T} \leqslant 0$. La igualdad vale si el ciclo es reversible (K. Huang, *Statistical Mechanics*, pag 14).

- (a) $du = (y - 3x^2)dx + (x + 3y^2)dy$
- (b) $du = (2y^2 - 3x)dx - 4yxdy$
- (c) $du = \sin(y)dx + x\cos(y)dy$
- (d) $du = f(x)dx + cte\frac{x}{y}dy$. Suponiendo $x = T$ e $y = V$, mostrar que esta última diferencial puede representar el calor de un sistema tipo gas ideal con $C_{\mathtt{V}} = cte$.
- (e) $du = \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}\right)dx + \left(\frac{x}{x^2 + y^2}\right)dy$ (considerar la región $y > 0$)