Seminario de Mecánica Cuántica

Práctica IV (Curso 2012)

I. Negatividad.
I.1 Evaluar la negatividad del estado III.2 de la práctica III. Compararla con la información mútua $I(A,B)$ y con la entropía de los subsistemas $S(A)$, $S(B)$.

I.2 a) Mostrar que un estado puro general $|\Psi_{AB}\rangle$ de un sistema bipartito arbitrario es entrelazado si y sólo si la traspuesta parcial de $\rho_{AB} = |\Psi_{AB}\rangle\langle\Psi_{AB}|$ posee al menos un autovalor negativo (Utilizar desc. de Schmidt)
b) Determinar la negatividad de $|\Psi_{AB}\rangle$ y mostrar que es máxima cuando la entropía de entrelazamiento es máxima.
c) Dar una fórmula explícita para la negatividad de un estado puro de dos qubits y compararla con el valor de la entropía de entrelazamiento y con la concurrencia, definida esta última para un estado puro como $C_{A,B} = \sqrt{2(1 - \mathrm{Tr}\,\rho_A^2)}$.

I.3 Evaluar el entrelazamiento y la negatividad del estado fundamental del sistema descripto por el Hamiltoniano (en notación abreviada)

$$H = B(\sigma_z^A + \sigma_z^B) - J(\sigma_+^A\sigma_-^B + \sigma_-^A\sigma_+^B)$$

Considerar los casos $0 \leq J < B$ y $0 \leq B < J$.

Concurrencia. La concurrencia de un par de qubits en un estado ρ se define como

$$C = \mathrm{Max}[2\lambda_{max} - \mathrm{Tr}R, 0]$$

donde λ_{max} es el máximo autovalor de $R = \sqrt{\rho^{1/2}\tilde{\rho}\rho^{1/2}}$, con $\tilde{\rho} = \sigma_y\otimes\sigma_y\rho^*\sigma_y\otimes\sigma_y$ en la base estándar. C es una medida del entrelazamiento del par, que determina el entrelazamiento de formación.
a) Probar que R es una matriz hermítica.
b) Determinar C para estados de dos qubits de la forma

$$\rho = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & b & \beta & 0 \\ 0 & \bar{\beta} & c & 0 \\ \bar{\alpha} & 0 & 0 & d \end{pmatrix}$$

c) Hallar la negatividad del estado ρ y probar que $N > 0$ sii $C > 0$.
d) Expresar a, b, c, d, α y β en términos de valores medios de matrices de Pauli.
e) Probar que para estados puros, $C = \sqrt{2(1 - \mathrm{Tr}\rho_A^2)}$, con ρ_A el estado reducido de uno de los qubits.

II. Medidas generalizadas.
II.1 Determinar M_3 y el valor máximo de p tal que el conjunto $\{M_1, M_2, M_3\}$, con $M_1 = p|1\rangle\langle 1|$, $M_2 = p|-\rangle\langle -|$ (y $|-\rangle = (|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$) represente una medida generalizada de un qubit. Interpretar.