Seminario de Mecánica Cuántica

Práctica III (Curso 2012)

I **Teleportación Cuántica**
I.1 En el proceso de teleportación, hallar la matriz reducida de B ("Bob" o "Benito") en las siguientes etapas:
a) Antes de que A ("Alicia") realice la medida
b) Luego de que A realice la medida, conociendo el resultado de esta.
c) El estado promedio luego de que A realice la medida, sin conocer el resultado de esta.
I.2 Aplicar el proceso de teleportación a un estado no puro general

$$\rho_C = p_0|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0| + p_1|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|$$

indicando si el esquema estándar puede transmitir este estado.
I.3 Realizar el proceso de teleportación con un estado de Bell $|\Psi_{AB}\rangle = (|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$, indicando las operaciones a realizar en B luego de las operaciones usuales en (A, C).

II. **Compuertas Lógicas Cuánticas**
II.1 Escribir explícitamente el operador de rotación de un qubit alrededor de un eje $\vec{n}$, $R_{\vec{n}}(\theta) = \exp[-i\theta\vec{n}\cdot\vec{\sigma}/2]$, y mostrar que una transformación unitaria arbitraria de un qubit puede escribirse como $U = e^{i\alpha}R_{\vec{n}}(\theta)$.
II.2 Verificar que $X = iR_x(\pi)$, $Y = iR_y(\pi)$, $Z = iR_z(\pi)$, $H = iR_{\vec{n}}(\pi)$, con $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1)$, y que por lo tanto $XZX = -Z$, $XYX = -Y$, $HXH = Z$, $HZH = X$.
II.3 Determinar los tiempos t y el Hamiltoniano de dos qubits tales que el operador evolución $U(t) = \exp[-iHt/\hbar]$ coincida con $R_{\vec{n}}(\theta) \otimes R_{\vec{n}'}(\theta')$.

II.4 Determinar un Hamiltoniano de dos qubits H y un tiempo t tal que $U = \exp[-iHt/\hbar]$ sea el operador QCnot usual (U_X).

III. **Estados de dos qubits y traspuesta parcial.**
III.1 A partir de la forma general de un estado de dos qubits

$$\rho_{AB} = \frac{1}{4}[I \otimes I + \sum_{i=1}^{3}(\langle\sigma_i^A \otimes I\rangle\sigma_i^A \otimes I + \langle I \otimes \sigma_i^B\rangle I \otimes \sigma_i^B) + \sum_{i,j}\langle\sigma_i^A \otimes \sigma_j^B\rangle\sigma_i^A \otimes \sigma_j^B]$$

donde $\sigma_i^{A,B}$, $i = X, Y, Z$, son las matrices de Pauli de cada qubit,
a) Hallar las matrices densidad reducidas ρ_A, ρ_B mediante traza parcial.
b) Hallar la traspuesta parcial respecto de B en esta representación.
c) Expresar en la forma anterior el estado puro $\rho_{AB} = |\Psi_+\rangle\langle\Psi_+|$, $|\Psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$.
d) Probar que es siempre posible encontrar bases locales en las que la matriz $J_{ij} = \langle\sigma_i^A \otimes \sigma_j^B\rangle$ (que es real pero no necesariamente simétrica) es diagonal.

III.2 Para $|\Psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$, considerar el estado

$$\rho_{AB} = x|\Psi_+\rangle\langle\Psi_+| + (1 - x)I \otimes I/4$$

a) Indicar para qué valores de x es ρ_{AB} un estado físico.
b) Indicar para qué valores de x es ρ_{AB} un estado puro.
d) Indicar para qué valores de x se satisface la desigualdad de Bell $|\text{Tr}\rho_{AB}O| \leq 2$, con O el observable CHSH descripto en clase.
e) Indicar para qué valores de x es ρ_{AB} entrelazado.