

## Notas sobre Física General: Resistencia a la rodadura

O. E. Piro

La **resistencia a la rodadura** se presenta cuando un cuerpo rueda sobre una superficie, deformándose uno de ellos o ambos de manera inelástica. Esta resistencia está ausente en el caso anteriormente tratado en el curso de un sólido rígido ideal (indeformable) que rueda sobre una superficie rígida también ideal (indeformable).

De la misma manera que en el caso de fricción por deslizamiento de un cuerpo sobre una superficie horizontal es necesario aplicar una fuerza externa para mantener el cuerpo en movimiento con velocidad constante, en el caso de la rodadura (sin deslizamiento) de un cilindro sobre una superficie horizontal es necesario aplicar un torque externo para mantenerlo con movimiento uniforme.

El concepto de **resistencia a de rodadura** es similar al de resistencia por roce, con la diferencia de que este último hace alusión a dos superficies que deslizan o resbalan una sobre otra, mientras que en el coeficiente de rodadura no existe tal resbalamiento entre el cuerpo y la superficie sobre la que rueda, disminuyendo por regla general la resistencia al movimiento. En el caso de fricción, el cuerpo debe ser actuado por una fuerza externa que iguale o supere la fuerza de roce desarrollada entre las superficies en contacto y que actúa sobre el cuerpo oponiéndose a su movimiento. En el caso de rodadura, el cuerpo debe ser actuado por un torque externo que iguale o superare el torque resistente producido por la reacción del piso sobre el cuerpo rodante.

Puede visualizarse el concepto mediante una comparación con el caso ideal de cuerpos indeformables. Pensemos que se trata de un cilindro apoyado sobre una superficie plana; todo el peso del cilindro gravita sobre una exigua superficie de contacto (una generatriz, desde un punto de vista estrictamente geométrico). Es fácil comprender que la presión en el contacto será tan grande (teóricamente infinita) que hasta el material real más rígido se deformará. De ese modo, el cuerpo, la superficie que lo soporta o ambos se deforman aumentando el área de contacto hasta que la presión disminuye y se restablece una situación de equilibrio elastostático. En resumen, al rodar un cuerpo real sobre una superficie real se produce una deformación, como se muestra en la Figura 1 (se ha supuesto que sólo el cilindro se deforma), de modo que el cuerpo tiene que "vencer" continuamente un pequeño obstáculo que se le presenta por delante y que se opone a su rodadura, de allí la necesidad de un torque externo para mantener el movimiento.

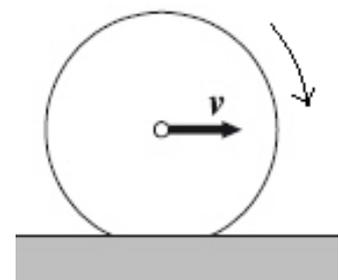


Figura 1

Por comparación. En la Figura 2 se muestra el caso ideal de un cilindro indeformable que puede rodar sobre una superficie plana horizontal también indeformable. Las fuerzas que actúan sobre el cilindro son: su peso  $P$  y la reacción normal del plano  $N$ . Si ahora aplicamos una fuerza horizontal  $F$  sobre el eje del cilindro

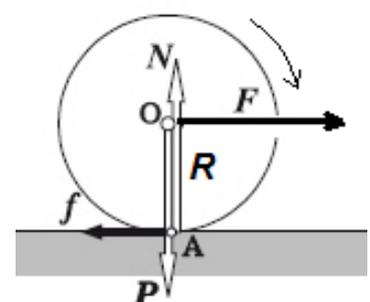


Figura 2

y perpendicularmente a éste, aparecerá una fuerza de rozamiento  $f$  en A, en dirección opuesta a la fuerza aplicada  $F$ . El momento de la fuerza de rozamiento respecto del eje del cilindro  $M=fR$  hace girar el cilindro alrededor de su eje. Así, en el caso de cuerpos indeformables soportados por superficies indeformables, por pequeña que sea la fuerza  $F$  se producirá la rodadura (siempre que exista suficiente rozamiento estático para evitar el deslizamiento).

En las situaciones reales, los cuerpos se deforman, por poco que sea. El contacto no se realiza entonces a lo largo de una generatriz (como en la Figura 2) sino a lo largo de una estrecha banda  $A'A''$ , como se muestra en la Figura 3. Ello da lugar a que aparezcan reacciones distribuidas (presión) asimétricamente en dicha banda, que se aplican al cilindro dando lugar a un torque neto que se opone a la rodadura. Esta asimetría en presión tiene su origen en un fenómeno conocido como “histéresis” presente en materiales visco-elásticos, por el que la deformación depende no sólo del esfuerzo actual sino además de la historia de los esfuerzos aplicados hasta ese momento. Como consecuencia, la presión es mayor hacia el frente del cilindro que inicia la deformación que hacia atrás donde el material recupera parcialmente su forma al abandonar la región de contacto. La Figura 4 muestra la distribución asimétrica de presiones en el caso de dos rodillos en contacto debido al carácter visco-elástico del material de los mismos. Notar en la figura que debido a la asimetría en la distribución de las fuerzas de contacto, la línea de acción de la resultante es paralela a la línea inter-axial y está desplazada hacia el inicio del contacto entre los rodillos.

Con la finalidad de simplificar el problema, podemos imaginar que en cada instante el cilindro debe rotar sobre la generatriz que pasa por A

para poder rodar superando el pequeño obstáculo que se opone a ello. Eso equivale a considerar desplazada la línea de acción de la reacción normal  $N$  una distancia que designaremos por  $\mu_r$ , como se muestra en la Figura 3.

A pesar de la complejidad del comportamiento visco-elástico de los materiales dando lugar a la resistencia a la rodadura, la determinación empírica de los coeficientes involucrados es simple y los experimentos necesarios fueron realizados en 1785 por el Físico e Ingeniero Francés Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806). Con el fin de investigar las leyes relativas a la magnitud y dependencia de la resistencia a la rodadura, Coulomb ideó el ingenioso arreglo experimental de la Figura 5. Colocó sobre carriles horizontales LM unos rodillos construidos con materiales diversos y de diferentes radios. Sobre cada uno de estos rodillos colocó luego un cordón muy fino con un platillo de balanza en cada uno de sus extremos. Estos platillos se

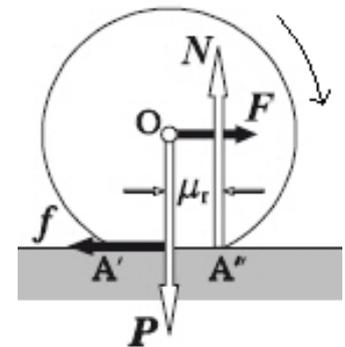


Figura 3

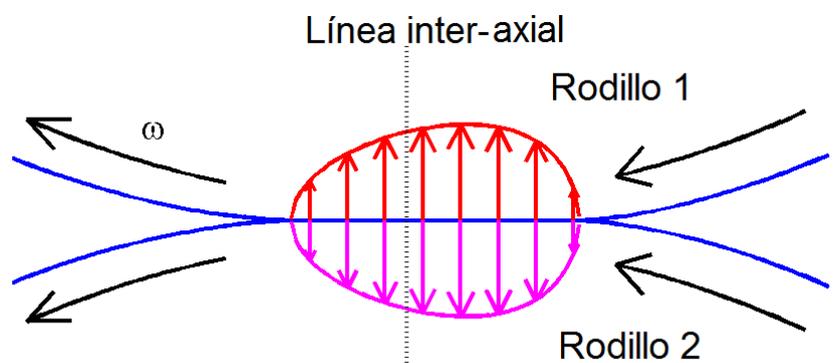


Figura 4

cargaron, en primer lugar, con pesos iguales ( $Q$ ); a continuación se fueron añadiendo pesos en uno de los platillos (en la figura, el derecho) hasta llegar a un valor en exceso  $P$  para el que el rodillo empezó a rodar lentamente hacia la derecha con velocidad constante. Llamando  $R$  al radio del rodillo y  $G$  a su peso, la reacción normal  $N$  de los carriles sobre el rodillo es:

$N = G + 2Q + P$ . Puede apreciarse que  $M = PR$  es justamente el torque externo necesario para mantener un movimiento uniforme del rodillo y, por lo tanto una medida de la resistencia a la rodadura. Coulomb encontró que dicho torque:

- 1) Depende del par de materiales en contacto.
- 2) Es independiente de la velocidad de rodadura.
- 3) Es proporcional a la reacción normal  $N$  ('Ley de Coulomb'), esto es:

$M = \mu_r N$ , donde  $\mu_r$  se llama *coeficiente de resistencia a la rodadura* y se mide en unidades de longitud. En primera aproximación, entonces,  $\mu_r$  resulta depender sólo del par de materiales (riel y rodillo) y no de la reacción normal  $N$  del plano ni del radio  $R$  del rodillo ni de la velocidad del movimiento de rodadura. Con algunas desviaciones, estas propiedades se verifican bastante bien en las aplicaciones.

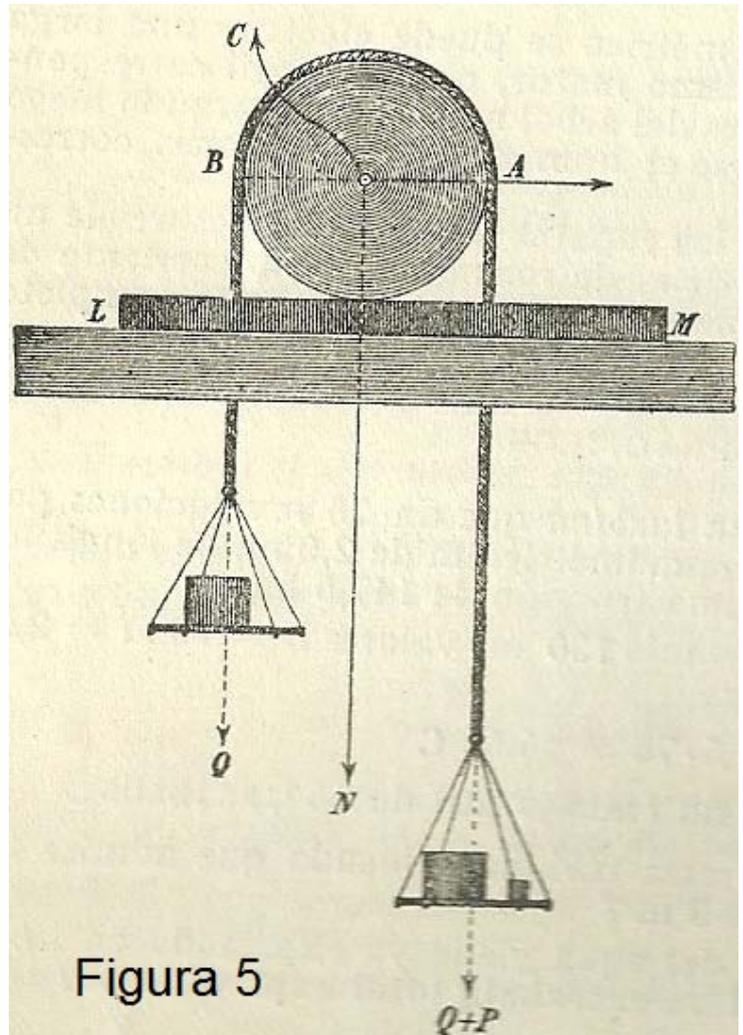


Figura 5

Hay otra forma equivalente de caracterizar la resistencia a la rodadura mediante la fuerza horizontal necesaria  $F$  a aplicar sobre el eje de un rodillo para mantenerlo en rodadura con velocidad constante (ver Figura 3). Para ese valor de  $F$  la fuerza de roce  $f = F$  y el torque correspondiente  $M = fR = FR$ , que por la Ley de Coulomb resulta  $FR = \mu_r N$ . Esto es,  $F$  es proporcional a  $N \rightarrow F = (\mu_r/R) N = C_{rr} N$ , donde el coeficiente de proporcionalidad adimensional  $C_{rr} = (\mu_r/R)$  se llama *coeficiente de rodadura* y permite una comparación entre la fuerza para hacer rodar un cuerpo (Ley de Coulomb de rodadura) y aquella fuerza para hacerlo deslizar (Ley de Coulomb de deslizamiento).

La Tabla 1 muestra algunos valores típicos de los coeficientes que caracterizan la resistencia a la rodadura de diversos materiales.

**Tabla 1.**

$C_{rr}$	$\mu_r$	Descripción
0,0010 a 0,0024	0.5 mm	Ruedas de ferrocarril de acero sobre rieles de acero
0.0010 a 0.0015	0,1 mm	Rodamientos de bolas en acero sobre acero
0,0025		Neumáticos especiales Michelin para automóvil solar/eco-marathon
0,005		Ríeles estándar de tranvía
0,0055		Neumáticos BMX de bicicleta usados para automóviles solares
0,010 a 0,015		Neumáticos ordinarios de automóvil sobre hormigón
0,030 a 0,035		Neumáticos ordinarios de automóvil sobre alquitrán o asfalto
0,3		Neumáticos ordinarios de automóvil sobre arena

Por ejemplo, un automóvil de 1000 kg sobre una carretera asfaltada necesita una fuerza o empuje de aproximadamente 300 N para rodar a velocidad constante ( $1000 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 0,03 = 294,30 \text{ N}$ ).