

# Física General IV. Trabajo Práctico 1.

Año 2012.

## 1. Teoría de la Relatividad Especial.

### 1.1. Postulados.

**Problema 1.** Experimento de Michelson-Morley.

Asumiendo que se utiliza una luz monocromática de longitud de onda  $\lambda$  en un interferómetro de Michelson, y el aparato se mueve en la dirección del eje  $\vec{x}$  con una velocidad  $\vec{v}$ , encuentre la diferencia de fase entre dos rayos que llegan a  $D'$  y  $F'$ .

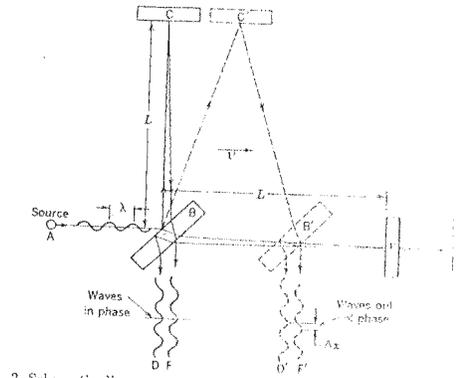


Figura 1: Esquema del interferómetro de Michelson- Morley.

### 1.2. Transformaciones de Galileo, transformaciones de Lorentz.

**Problema 2.** Muestre que la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

no es invariante ante una transformación de Galileo.

**Problema 3.** Sean dos sistemas de referencia  $S$  y  $S'$ , que se mueven uno respecto al otro con una velocidad uniforme  $\vec{v}$  paralela a los ejes  $Ox$  y  $O'x'$ . Se emite una señal luminosa en el instante  $t = 0$  en los puntos  $O$  y  $O'$ , que en ese instante coinciden. Teniendo en cuenta el postulado de la invarianza de la velocidad de la luz  $c$ , dos

observadores (uno en  $O$  y el otro en  $O'$ ) estiman, por separado, que la superficie de la onda luminosa es una esfera con centros en  $O$  y  $O'$  respectivamente, descritas por:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$$

Dado que los ejes  $Ox$  y  $O'x'$  coinciden, tenemos  $y' = y$  y  $z' = z$ , luego

$$x^2 - x'^2 = c^2(t^2 - t'^2). \quad (1)$$

- a) Mostrar que esta relación es incompatible con las transformaciones de Galileo.
- b) Mostrar que expresiones de la forma:

$$x' = \frac{x - vt}{a} \quad x = \frac{x' + vt'}{b}$$

(con  $a$  y  $b$  constantes) describen correctamente los cambios de coordenadas.

- c) Determinar las constantes  $a$  y  $b$ , para que las expresiones del inciso anterior sean soluciones de la ecuación (1) y obtener las transformaciones de Lorentz.

### 1.3. Contracción espacial. Dilatación temporal. Vidas medias. Simultaneidad.

**Problema 4.** La contracción de Lorentz-Fitzgerald plantea que, un segmento de longitud  $L_1$  medido en un sistema de referencia (1), mide, según un observador en un sistema (2) que se mueve a una velocidad  $\vec{v}$  paralela a  $L_1$ :

$$L_2 = L_1(1 - \beta^2)^{1/2}$$

con  $\beta = \frac{v}{c}$ .

Sean ahora dos sistemas de referencia  $S$  y  $S'$ , que se mueven uno respecto al otro con una velocidad uniforme  $\vec{v}$  paralela a los ejes  $Ox$  y  $O'x'$ . Un punto  $P$  tiene por abscisa  $x$  en  $S$  y  $x'$  en  $S'$ .

- a) Expresar la abscisa de  $P$  (en  $S'$ ) según un observador  $A$  situado en  $S$ .
- b) Expresar la abscisa de  $P$  (en  $S$ ) según un observador  $A'$  situado en  $S'$ .
- c) En las relaciones obtenidas en los incisos anteriores intervienen los tiempos  $t$  y  $t'$  medidos en  $S$  y  $S'$  respectivamente. Resuelva el sistema de ecuaciones de los incisos anteriores,
  - c1) considerando  $x$  y  $t$  como dados.
  - c2) considerando  $x'$  y  $t'$  como dados.

**Problema 5.** Un kaón positivo ( $K^+$ ) es una partícula elemental que tiene una vida media de  $0,1237\mu s$  cuando está en reposo (es decir cuando  $\tau$  es medido en el sistema de referencia del kaón). Si se producen  $K^+$  con velocidades  $0,99c$  relativas al sistema del laboratorio, cuánto podrán viajar en este sistema durante su vida media? (Calcule esta distancia de manera clásica y luego relativista y compare ambos resultados).

**Problema 6.** En la cima de una montaña a 2000  $m$  de altura se observaron un promedio de 568 muones. En mediciones de laboratorio se determinó que la vida media de los muones es  $\tau = 2,2\mu s$ . Si el número de muones a un dado  $t$  está determinado por  $N(t) = N_0 \exp(-t/\tau)$ , determine el número de muones que se observaría a nivel del mar si éstos viajan a una velocidad de  $0,994c$ . Se realizó dicha medición dando como resultado un promedio de 400 muones. Determine a qué vida media corresponde esta medición y muestre que dicho valor es consistente con las predicciones de la teoría de la relatividad.

**Problema 7.** Dos eventos tienen lugar con respecto a un observador  $O$  en los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  y en los lugares  $x_1$  y  $x_2$ , de modo que se puede definir  $T = t_2 - t_1$  y  $L = x_2 - x_1$ .

a) Demostrar que un observador  $O'$  (que se mueve con una velocidad  $\vec{v}$  en la dirección del eje  $Ox$  con respecto a  $O$ ) medirá dichos eventos en los tiempos  $t'_1$  y  $t'_2$ , tales que si  $T' = t'_2 - t'_1$  entonces  $T' = k(T - vL/c^2)$ .

b) En general, son los eventos que aparecen simultáneos en  $O$ , simultáneos en  $O'$ ? Bajo que condiciones dos eventos simultáneos en  $O$ , lo serán también para cualquier observador que se mueve con movimiento relativo a  $O$ ?

c) Obtener la relación entre  $L$  y  $T$  de modo que el orden en el cual suceden los dos eventos, observados por  $O'$ , se invierten con respecto a lo observado por  $O$ .

d) Suponer dos los eventos  $(x_1, t_1)$  y  $(x_2, t_2)$  observados por  $O$  son el resultado de alguna señal transmitida de  $(x_1, t_1)$  con velocidad  $V = L/T \leq c$ , puede el orden de los eventos aparecer invertidos en  $O'$ ?

#### 1.4. Ley de transformación de las velocidades.

**Problema 8.** Una partícula de rayos cósmicos se acerca a la Tierra en la dirección del eje norte-sur con una velocidad relativa  $0,8c$  hacia el polo norte. Otra partícula se aproxima con velocidad  $0,6c$  en la dirección del polo sur. Cuál es la velocidad relativa de una partícula respecto a la otra?

**Problema 9.** Una galaxia  $A$  se aleja de nosotros con una velocidad  $0,35c$ . Otra galaxia  $B$  ubicada justo en la dirección opuesta, también se aleja de nosotros con la misma velocidad.

a) Cuál será la velocidad con que un observador en la galaxia  $A$  ve que nuestra galaxia se aleja?

b) Cuál será la velocidad con que un observador en la galaxia  $A$  ve que la galaxia  $B$  se aleja?

**Problema 10.** De las mediciones del corrimiento al rojo de la luz emitida por un quasar  $Q_1$  se deduce que éste se aleja con una velocidad de  $0,8c$ . El quasar  $Q_2$  se encuentra en la misma línea que  $Q_1$ , pero más cerca de nosotros.  $Q_2$  se aleja de nosotros con una velocidad de  $0,4c$ , cuál será la velocidad para  $Q_2$  medida por un observador en  $Q_1$ ?