Física General IV. Trabajo Práctico 7

Año 2010.

1 Ecuación de Schrödinger.

1.1 Oscilador armónico.

Problema 1. Sea una partícula de masa m ligada en un potencial $V(x) = 1/2kx^2$ correspondiente a un oscilador armónico simple unidimensional (con $k > 0$).

a) Resuelva la ecuación de Schrödinger estacionaria para este potencial y encuentre los autoestados estacionarios para este sistema.

b) Encuentre los autovalores de energía del oscilador. Cuál es el mínimo autovalor de la energía? Explique.
Ayuda: Partir de la ecuación de Schrödinger independiente en el tiempo, haga la sustición $u = x\sqrt{m\omega/\hbar}$ y proponga como solución una función de la forma $\psi = exp(-u^2/2)\xi(u)$.

Problema 2. Una partícula con energía $E = \frac{\hbar\omega}{2}$ se mueve en un potencial de un oscilador armónico. Calcule la probabilidad de encontrar la partícula en una región clásicamente prohibida. Compare este resultado con la probabilidad de encontrarla en niveles de energía mayores.

1.2 Átomo de Hidrógeno.

Problema 3. Una partícula de masa m se mueve en un potencial central $V(r)$.

a) Escriba la ecuación de autovalores para dicha partícula, realice una separación de variables en la función de onda y obtenga una ecuación radial y dos ecuaciones angulares.

b) Resuleva la ecuación radial para el potencial del átomo de hidrógeno $V(r) = -\frac{e^2}{r}$.

Problema 4. Sean $\Psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi)$, las soluciones del átomo de Hidrógeno, y $P_{nl}(r) = R^*_{nl}(r)R_{nl}(r)r^2$ la densidad de probabilidad radial.

a) Mostrar que P_{10} tiene un máximo en $r = a_0$ (el radio de Bohr).

b) Calcular el valor medio $\langle r \rangle$ para dicho estado.

c) comparar ambos resultados.

Problema 5. Un átomo de Hidrógeno se encuentra en el estado $n = 2$, $l = 1$, $m_l = \pm 1$.

a) A qué distancia del núcleo la probabilidad de hallar el electrón es máxima?.

b) Calcular $\langle r \rangle$ y $\langle V(r) \rangle$.

1.3 Momento angular.

Problema 6. Usando la definición de momentoangular, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, pruebe las siguientes relaciones de conmutación:

a)

$$[L_i, r_j] = i\hbar \sum_k \epsilon_{ijk} r_k$$

b)

$$[L_i, L_j] = i\hbar \sum_k \epsilon_{ijk} L_k$$

c)

$$[L^2, L_z] = 0$$

d)

$$\mathbf{L} \times \mathbf{L} = i\hbar \mathbf{L}$$

Problema 7. A partir de la expresión (en coordenadas esféricas) para los operadores L_z y L^2, hallar los valores de expectación del momento angular: $\langle L_z \rangle$ y $\langle L^2 \rangle$.