

Física General IV. Trabajo Práctico 1.

Año 2010.

1 Teoría de la Relatividad.

1.1 Postulados.

Problema 1. Experimento de Michelson-Morley.

Asumiendo que se utiliza una luz monocromática de longitud de onda λ en un interferómetro de Michelson, y el aparato se mueve en la dirección del eje \vec{x} con una velocidad \vec{v} , encuentre la diferencia de fase entre dos rayos que llegan a D' y F' . (Ver figura)

1.2 Transformaciones de Galileo, transformaciones de Lorentz.

Problema 2. Muestre que la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

no es invariante ante una transformación de Galileo.

Problema 3. Sean dos sistemas de referencia S y S' , que se mueven uno respecto al otro con una velocidad uniforme \vec{v} paralela a los ejes Ox y $O'x'$. Se emite una señal luminosa en el instante $t = 0$ en los puntos O y O' , que en ese instante coinciden. Teniendo en cuenta el postulado de la invarianza de la velocidad de la luz c , dos observadores (uno en O y el otro en O') estiman, por separado, que la superficie de la onda luminosa es una esfera con centros en O y O' respectivamente, descritas por:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

Dado que los ejes Ox y $O'x'$ coinciden, tenemos $y' = y$ y $z' = z$, luego

$$x^2 - x'^2 = c^2(t^2 - t'^2). \quad (1)$$

- Mostrar que esta relación es incompatible con las transformaciones de Galileo.
- Mostrar que expresiones de la forma:

$$x' = \frac{x - vt}{a} \quad x = \frac{x' + vt'}{b}$$

(con a y b constantes) describen correctamente los cambios de coordenadas.

c) Determinar las constantes a y b , para que las expresiones del inciso anterior sean soluciones de la ecuación (1) y obtener las transformaciones de Lorentz.

1.3 Contracción espacial. Dilatación temporal. Vidas medias. Simultaneidad.

Problema 4. La contracción de Lorentz-Fitzgerald plantea que, un segmento de longitud L_1 medido en un sistema de referencia (1), mide, según un observador en un sistema (2) que se mueve a una velocidad \vec{v} paralela a L_1 :

$$L_2 = L_1(1 - \beta^2)^{1/2}$$

con $\beta = \frac{v}{c}$.

Sean ahora dos sistemas de referencia S y S' , que se mueven uno respecto al otro con una velocidad uniforme \vec{v} paralela a los ejes Ox y $O'x'$. Un punto P tiene por abscisa x en S y x' en S' .

a) Expresar de dos maneras la abscisa de P (en S') según un observador A situado en S .

b) Expresar de dos maneras la abscisa de P (en S) según un observador A' situado en S' .

c) En las relaciones obtenidas en los incisos anteriores intervienen los tiempos t y t' medidos en S y S' respectivamente. Resuelva el sistema de ecuaciones de los incisos anteriores,

c1) considerando x y t como dados.

c2) considerando x' y t' como dados.

Problema 5. Un kaón positivo (K^+) es una partícula elemental que tiene una vida media de $0.1237\mu s$ cuando está en reposo (es decir cuando τ es medido en el sistema de referencia del kaón). Si se producen K^+ con velocidades $0.99c$ relativas al sistema del laboratorio, cuánto podrán viajar en este sistema durante su vida media? (Calcule esta distancia de manera clásica y luego relativista y compare ambos resultados).

Problema 6. En la cima de una montaña a $2000 m$ de altura se observaron un promedio de 568 muones. En mediciones de laboratorio se determinó que la vida media de los muones es $\tau = 2.2\mu s$. Si el número de muones a un dado t está determinado por $N(t) = N_0 \exp(-t/\tau)$, determine el número de muones que se observaría a nivel del mar si éstos viajan a una velocidad de $0.994c$. Se realizó dicha medición dando como resultado un promedio de 400 muones. Determine a qué vida media corresponde esta medición y muestre que dicho valor es consistente con las predicciones de la teoría de la relatividad.

Problema 7. Dos eventos tienen lugar con respecto a un observador O en los tiempos t_1 y t_2 y en los lugares x_1 y x_2 , de modo que se puede definir $T = t_2 - t_1$ y $L = x_2 - x_1$.

- a) Demostrar que un observador O' (que se mueve con una velocidad \vec{v} en la dirección del eje Ox con respecto a O) medirá dichos eventos en los tiempos t'_1 y t'_2 , tales que si $T' = t'_2 - t'_1$ entonces $T' = k(T - vL/c^2)$.
- b) En general, son los eventos que aparecen simultáneos en O , simultáneos en O' ? Bajo que condiciones dos eventos simultáneos en O , lo serán también para cualquier observador que se mueve con movimiento relativo a O ?
- c) Obtener la relación entre L y T de modo que el orden en el cual suceden los dos eventos, observados por O' , se invierten con respecto a lo observado por O .
- d) Suponer dos los eventos (x_1, t_1) y (x_2, t_2) observados por O son el resultado de alguna señal transmitida de (x_1, t_1) con velocidad $V = L/T \leq c$, puede el orden de los eventos aparecer invertidos en O' ?

1.4 Ley de transformación de las velocidades.

Problema 8. Una partícula de rayos cósmicos se acerca a la Tierra en la dirección del eje norte-sur con una velocidad relativa $0.8c$ hacia el polo norte. Otra partícula se aproxima con velocidad $0.6c$ en la dirección del polo sur. Cuál es la velocidad relativa de una partícula respecto a la otra?

Problema 9. Una galaxia A se aleja de nosotros con una velocidad $0.35c$. Otra galaxia B ubicada justo en la dirección opuesta, también se aleja de nosotros con la misma velocidad.

- a) Cuál será la velocidad con que un observador en la galaxia A ve que nuestra galaxia se aleja?
- b) Cuál será la velocidad con que un observador en la galaxia A ve que la galaxia B se aleja?

Problema 10. De las mediciones del corrimiento al rojo de la luz emitida por un cuasar Q_1 se deduce que éste se aleja con una velocidad de $0.8c$. El cuasar Q_2 se encuentra en la misma línea que Q_1 , pero más cerca de nosotros. Q_2 se aleja de nosotros con una velocidad de $0.4c$, cuál será la velocidad para Q_2 medida por un observador en Q_1 ?