

Física General IV - Curso 2008

Práctica 6: Átomo de Hidrógeno - Momento Angular - Spin - Partículas idénticas *

- Miércoles 22 de Octubre: Parcial Primera Parte.
- Lunes 27 de Octubre: Visita al Microscopio de Efecto Tunel (INIFTA).

Problema 1. Sean $\Psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi)$, las soluciones del átomo de Hidrógeno, y $P_{nl}(r) = R_{nl}^*(r)R_{nl}(r)r^2$ la densidad de probabilidad radial.

- a) Mostrar que P_{10} tiene un máximo en $r = a_0$ (el radio de Bohr).
- b) Calcular el valor medio $\langle r \rangle$ para dicho estado.
- c) Si no coinciden, explicar por qué ocurre esta diferencia.

Problema 2. Suponga que se realiza una secuencia de mediciones de la posición de los electrones en átomos monoeléctricos (como el H), de energía total E_2 . Hallar el promedio de las funciones de densidad de probabilidad para dicho estado (incluyendo al conjunto de estados degenerados correspondientes al mismo autovalor de E_2). ¿Cuál es la simetría de este estado?.

Problema 3. Un átomo de Hidrógeno se encuentra en el estado $n = 2$, $l = 1$, $m_l = \pm 1$. a) ¿A qué distancia del núcleo la probabilidad de hallar el electrón es máxima?.

b) Calcular $\langle r \rangle$ y $\langle 1/r \rangle$. (Nota: El potencial Coulombiano tiene la forma: $V(r) = \text{cte} \cdot 1/r$, de forma que $\langle 1/r \rangle$ es proporcional al valor de expectación para $V(r)$.)

Problema 4. A partir de la expresión (en coordenadas esféricas) para los operadores L_z y L^2 , hallar los valores de expectación del momento angular: $\langle L_z \rangle$ y $\langle L^2 \rangle$.

Problema 5. a) Determine el momento magnético de una pequeña espira circular de radio R por la que circula una corriente I . Si se supone que dicha corriente es generada por el movimiento de una carga $-e$, encuentre la magnitud del momento magnético ($\vec{\mu}$) de un electrón moviéndose en una órbita circular de radio r alrededor del protón, en términos de $\vec{L}$.

* Las prácticas están disponibles en la página: www.fisica.unlp.edu.ar/materias/fisica4gral/

b) Encuentre el torque sobre esa pequeña espira al estar en presencia de un campo magnético externo B .

c) Encuentre la energía potencial de esa espira en presencia del campo externo B .

d) A partir de los resultados obtenidos en el problema 4, escriba μ_z (la componente z del momento magnético) y μ (el módulo de $\vec{\mu}$) en términos de l y m_l .

Problema 6. Calcular la magnitud de los posibles momentos magnéticos para el estado $n = 3$. Comparar estos valores con el resultado predicho por la teoría de Bohr ($L = n\hbar$).

Problema 7. Suponer que un dipolo magnético con momento μ_l está alineado paralelamente a un campo magnético externo de intensidad B . Tomando $\mu_l = \mu_b$ (magnetón de Bohr, valor típico para el momento magnético dipolar de un átomo) y $B = 1\text{Tesla}$ (valor típico para el campo magnético producido por un electroimán de mediana potencia). Calcular la energía necesaria para girar el dipolo de forma de alinearlos antiparalelo al campo.

Problema 8. a) Calcule (clásicamente) la energía de rotación de una bolita de radio $r = 3\text{mm}$, masa $m = 1\text{g}$ que gira sobre su propio eje con una velocidad angular $\omega = 10\text{rpm}$. Si ahora suponemos que dicha energía está cuantizada, encuentre el valor del número cuántico l correspondiente.

b) Suponga ahora que tenemos un electrón, con $s = 1/2$. Aunque no es un razonamiento válido, podría pensarse que el spin del electrón se debe a la rotación del mismo. Imaginemos, entonces, una partícula girando, de modo que su spin sea $S = mR^2\omega$, donde m es la masa del electrón y R es su radio. En realidad el electrón no tiene un radio, pero supongamos que $R = 2,81 \times 10^{-15}\text{m}$ (el radio clásico del electrón). Con estos datos, calcule la velocidad de la superficie del electrón, $v = \omega R$, suponiendo que éste es una esfera girando con momento angular $S = \hbar/2$. Debería encontrar que $v > c$.

Problema 9. a) Expresar $\vec{L} \cdot \vec{S}$ en términos de j, l y s . **b)** Calcular los posibles valores de $\vec{L} \cdot \vec{S}$ para $l = 1$ y $s = 1/2$.

Problema 10. Considere los números cuánticos del electrón en el átomo de Hidrógeno (n, l, m_l, m_s). ¿Cuántos estados hay para un dado n y l ?

Problema 11. Dos partículas idénticas se mueven independientemente en una caja unidimensional de longitud a . Una de ellas está en el estado fundamental y la otra en el primer estado excitado correspondientes al pozo de potencial infinito. Suponiendo, por simplicidad, que las partículas no tienen spin, calcular las funciones de onda simétrica y antisimétrica totales y verificar que el factor de normalización $1/\sqrt{2}$ es el indicado.