

Práctica 9: *Ecuaciones de Maxwell y Ondas Electromagnéticas*

1. Un capacitor tiene placas plano-paralelas horizontales circulares de $2,3\text{ cm}$ de radio separadas $1,1\text{ mm}$ y sin material entre ellas. En la placa superior está entrando corriente al mismo tiempo que sale de la placa inferior a un ritmo de 5 A . (a) Hallar la variación por unidad de tiempo del campo eléctrico entre las placas. (b) Calcular la corriente de desplazamiento entre las placas.
2. Demostrar que en el caso de un capacitor de placas plano-paralelas sin material entre ellas, la corriente de desplazamiento viene dada por $I_D = C \frac{dV}{dt}$, siendo C la capacidad y V la tensión aplicada al capacitor.
3. Un capacitor de placas paralelas con $C = 5\text{ nF}$ se conecta a una fem $V = V_0 \cos(\omega t)$, siendo $V_0 = 3\text{ V}$ y $\omega = 500\pi\text{ rad/s}$. Hallar la corriente de desplazamiento entre las placas en función del tiempo.
4. Para campos que se propagan en un medio isótropo, mostrar que el término de desplazamiento en la ley de Ampère es despreciable frente al de la corriente de conducción si los campos oscilan con frecuencias suficientemente bajas. Para el caso del cobre (resistividad a temperatura ambiente $\rho = 1,7 \times 10^{-8}\ \Omega\text{ m}$), calcular el orden de magnitud de las frecuencias para las que $j_{despl} \approx j_{cond}$. ¿A qué región del espectro corresponden estas frecuencias? Sugerencia: considerar un campo eléctrico que varía con el tiempo en forma sinusoidal, y comparar las amplitudes para las densidades de corriente de conducción y desplazamiento.
5. Mostrar que para una onda electromagnética plana y monocromática la densidad de energía $\epsilon_0 \mathbf{E}^2/2$ asociada con el campo eléctrico es igual a la densidad de energía magnética $\mathbf{B}^2/2\mu_0$. Si E_0 es la amplitud del campo eléctrico, mostrar que la densidad de energía electromagnética total promedio es $\epsilon_0 E_0^2/2$.
6. Hallar la longitud de onda correspondiente a (a) una onda de radio de AM típica de una frecuencia de 1000 kHz y (b) una onda de radio de FM típica de 100 MHz . (c) ¿Cuál es la frecuencia de unos rayos X con una longitud de onda de $0,1\text{ nm}$? (d) ¿y de microondas de 3 cm ?
7. El campo eléctrico de una onda electromagnética en el vacío se representa como: $E_x = E_z = 0$; $E_y = 100(\text{V/m}) \text{sen}[1 \times 10^7(\text{m}^{-1})x - \omega t]$. Determinar: (a) la longitud de onda, la frecuencia f y la dirección de propagación, (b) las componentes x, y, z del campo magnético, (c) el vector de Poynting y (d) la potencia media por unidad de superficie (intensidad) transmitida por la onda.
8. La radiación solar llega a la parte superior de la atmósfera con una intensidad de $2\text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min}$. (a) ¿Cuál es la amplitud de los campos eléctrico y magnético a esta altura?, (b) Si la distancia Sol-Tierra es de $1,495987 \times 10^8\text{ km}$, cuál es la potencia emitida por el Sol, y cuál es el valor cuadrático medio de los campos eléctrico y magnético sobre su superficie. Radio Solar = $6,961 \times 10^5\text{ km}$.
9. El filamento de una lámpara incandescente tiene una resistencia de $50\ \Omega$ y consume una corriente de 1 A . (a) ¿Cuál es la potencia emitida por la lámpara en forma de ondas electromagnéticas? (b) Suponga que un 5% de la potencia se emite en el visible donde la longitud de onda representativa se considera igual a 555 nm . Encuentre las amplitudes de \mathbf{E} y \mathbf{B} (suponga una onda esférica) para el visible a 1 m del filamento. (c) ¿Cuál es la intensidad de radiación visible a 10 m de la lámpara?

10. Por un cable cilíndrico de radio a , longitud $L \gg a$ y resistividad ρ fluye una corriente I continua. (a) Demuestre que el vector de Poynting \mathbf{S} en la superficie del conductor se dirige en forma normal hacia el interior del mismo. (Sugerencia: utilice la ley de Ohm para calcular \mathbf{E} en el conductor y la ley de Ampère para calcular \mathbf{B} justo en la superficie del conductor). (b) Demuestre que el flujo total de \mathbf{S} en la superficie es igual a la potencia consumida por la resistencia del conductor.
11. El vector $\mathbf{P} = c\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ define el impulso lineal por unidad de área y tiempo asociado a un campo electromagnético. El módulo de \mathbf{P} se denomina presión de radiación. (a) Relacionar \mathbf{P} y \mathbf{S} para una onda viajera. (b) Sobre un espejo perfectamente reflectante incide en forma normal luz de intensidad $I = 10 \text{ KW/m}^2$, calcular la presión de radiación sobre el espejo. (c) Si el espejo tiene un área de 10 cm^2 , cuánto vale la fuerza ejercida por la radiación? (d) Cómo cambian los ítems b y c si la radiación incide sobre una superficie perfectamente absorbente?
12. Suponga que un astronauta se encuentra a 20 m de su nave y sólo cuenta con un cañón láser de 1 KW como ayuda para acercarse a ésta. Si la masa total del hombre más la del cañón es de 95 kg , cuánto tiempo le tomará alcanzar la nave si apunta el láser en dirección opuesta a la misma?

Resultados: 1a: $\frac{dE}{dt} = 3,4 \times 10^{14} \frac{\text{V}}{\text{m s}}$. 1b: $i_d = 5 \text{ A}$. 3: $i_d = -CV_0\omega \sin(\omega t)$. 4: $\omega = 6,6 \times 10^{18} \text{ Hz}$. 6a: $\lambda = 300 \text{ m}$. 6b: $\lambda = 3 \text{ m}$. 6c: $f = 3 \times 10^{18} \text{ Hz}$. 6d: $f = 10^{10} \text{ Hz}$. 7a: $\lambda = 6,28 \times 10^{-7} \text{ m}$, $f = 4,77 \times 10^{14} \text{ Hz}$, se propaga en la dirección x^+ . 7b: $B_z = \frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t)$, $B_x = B_y = 0$. 7c: $\mathbf{S} = \frac{E_0^2}{c\mu_0} \sin^2(kx - \omega t)$. 7d: $I = 13,27 \text{ W/m}^2$. 8a: $B_0 = 3,42 \mu\text{T}$, $E_0 = 1025,32 \text{ V/m}$. 8b: $3,9 \times 10^{26} \text{ W}$, $E_{ef} = 0,16 \times 10^6 \text{ V/n}$, $B_{ef} = 5,2 \times 10^{-4} \text{ T}$. 9a: $P = 50 \text{ W}$. 9b: $E_0 = 12,24 \text{ V/m}$, $B_0 = 4,08 \times 10^{-8} \text{ T}$. 9c: $I = 2 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$ 11a: $\mathbf{P} = \mathbf{S}/c$. 11b: $P_r = 6,67 \times 10^{-5} \text{ Pa}$. 11c: $F = 6,67 \times 10^{-8} \text{ N}$. 11d: Se reducen a la mitad. 12: $t = 9,38 \text{ h}$