## *Capítulo 3*
## *Consecuencias de las Leyes de Newton*
## *Los Teoremas de Conservación*

### *Introducción*

Caracterizar es dar indicaciones particulares que permiten distinguir claramente unas cosas de otras. El estudio de un sistema físico siempre comienza por una caracterización: la que nos lleva a especificar qué cosa vamos a estudiar y qué cosa no. Desde el punto de vista de la Mecánica, la caracterización de un sistema no sólo requiere de la diferenciación entre el sistema a estudiar y el resto, sino también del conocimiento de ciertas magnitudes: el número de partículas que lo componen, la masa de cada una de ellas, y la posición y la velocidad de cada partícula en un cierto momento.

El resto, es decir aquéllo que no es objeto de nuestro interés directo y que constituye el medio o ambiente en el cual el sistema está inmerso, podrá influir en mayor o menor grado sobre el sistema. Admitir que el medio influye en algún grado sobre el sistema que estamos estudiando, es admitir la necesidad de alguna caracterización adicional del medio. El concepto de fuerza se introduce para satisfacer justamente esta última caracterización. Fuerza es aquella magnitud que cuantifica la influencia del medio sobre el sistema bajo estudio. La segunda Ley de Newton establece -para todos los observadores inerciales que se definen con la Primera Ley- la relación entre la influencia del medio sobre una partícula y su forma de moverse, postulando que la resultante de las fuerzas sobre la partícula coincide con las modifica-

ciones de su cantidad o estado de movimiento, a medida que transcurre el tiempo.

Si en un cierto instante se ha caracterizado un sistema, la evolución del mismo (los cambios en las magnitudes que lo caracterizan) está determinada por las fuerzas que actúan sobre las partículas que lo componen. El Principio de Acción y Reacción (Tercera Ley de Newton) afirma que por cada fuerza que consideremos en cada partícula del sistema bajo estudio, existirá una fuerza, igual y opuesta, en alguna otra partícula que pertenecerá o al sistema o al medio, de forma excluyente (ambas fuerzas con la dirección de la recta que une a las partículas en cuestión). De manera que si la evolución del sistema está determinada por las fuerzas sobre las partículas que lo forman, dicha evolución es siempre acompañada por una evolución del medio, determinada por las contrapartidas de acción y reacción sobre las partículas del medio. Sintetizando: si evoluciona el sistema que estudiamos, también evoluciona el medio con el que interactúa. Y creo que cabe preguntarse: ¿Existirá alguna relación entre las evoluciones del sistema y del medio? Respuesta: Seguramente; está el Principio de Acción y Reacción de por medio. Otra pregunta: ¿Habrá algún grado de complementación entre las evoluciones del sistema y del medio? Respuesta: Tal vez, para algunas magnitudes sí, para otras no. De aquéllas magnitudes que se complementen entre sistema y medio, es decir, aquellas para las cuales los cambios determinados en el sistema, al evolucionar, determinen cambios iguales y opuestos en el medio (o viceversa), se dice que se conservan. La denominación surge del hecho que los cambios puedan ser iguales y opuestos (en el sistema y en el medio o al revés) de manera que la variación de la magnitud, considerando la evolución

del sistema y del medio en forma conjunta, es nula y la magnitud permanece inalterada.

No se puede perder de vista que la conservación de una magnitud es asegurada al considerar sistema y medio a la vez. Esto significa que la conservación está relacionada con lo que se llama universo: aquéllo que se estudia y todo lo que lo rodea. Ahora bien, caracterizar el universo es una tarea imposible y parece que lo que hemos estado discutiendo tiene su aplicación restringida al estudio del universo. Es verdad en un sentido riguroso... Sin embargo, para muchos sistemas, las influencias del medio pueden ser despreciables en relación a las que las partículas del sistema se ejercen entre ellas, o las influencias del medio pueden compensarse de manera de no existir una influencia neta. En tales condiciones el sistema se comporta como un universo y de él se dice que es aislado. Por ejemplo: tomemos una bocha que vuela como consecuencia de que fue lanzada como bala en las olimpíadas. Sobre la bocha influyen: el aire (por contacto) y, a distancia, nuestro planeta, la luna, el sol, otros planetas, la hinchada en la tribuna, etc., etc., etc. La resultante sobre la bocha, debida a todas las influencias, ¿difiere mucho de la que nuestro planeta ejerce (denominada peso de la bocha)? Las otras fuerzas que se suman al peso de la bocha son demasiado pequeñas como para que el vector resultante sea muy diferente del mismo peso. La Tierra es el objeto determinante de la evolución del movimiento de la bocha. Si en cambio, la bocha se mueve sobre una mesa horizontal lisa, la fuerza de contacto entre bocha y mesa compensa la fuerza aplicada por la Tierra. Así, la bocha se comporta como un sistema aislado. Dos bochas en la misma situación también se comportarían como un sistema aislado. Siendo así, el sistema bocha-bocha puede considerarse un pequeño universo (sistema aislado). Una

de las bochas juega el papel de medio externo en el que se mueve la otra. Las magnitudes que se conserven pueden ser usadas para determinar características de una o ambas bochas.

La existencia de magnitudes que se conservan es una poderosa herramienta de análisis que permite vincular características de un sistema en diferentes momentos de su evolución, sin necesidad de detallar tal evolución. Concretando: si se conserva una magnitud cualquiera A, determinada mediante el valor de las cantidades B1, C1 y D1 en un cierto instante, entonces, otros valores B2, C2 y D2 de esas mismas cantidades, en otro instante, están relacionados con los anteriores a través de A, independientemente de la evolución del sistema.

Hay mucho ejemplos de sistemas físicos que se pueden tratar como sistemas aislados. Veamos ahora, en el marco de la Mecánica de Newton, cuáles magnitudes satisfacen condiciones de conservación y bajo qué circunstancias.

### *3.1 - La cantidad de movimiento*

La cantidad de movimiento $\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$ de una partícula es una magnitud que, combinando dos características esenciales de la partícula como su masa y su velocidad, describe de qué manera se desplaza una cierta cantidad de materia en el espacio. La descripción, naturalmente, no escapa a la esencia relativa del movimiento de cualquier cosa: la velocidad involucrada en la definición de $\boldsymbol{p}$, es relativa a un cierto observador. Consecuentemente, distintos observadores asignarán diferentes cantidades de movimiento a una misma partícula.

Las modificaciones en la cantidad de movimiento de una partícula, a medida que el tiempo transcurre, están determinadas, para todos los observadores inerciales, por la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula. Es decir, si las fuerzas representan la influencias que los cuerpos hacen sobre la partícula que estamos estudiando, la partícula presentará modificaciones en su cantidad de movimiento en tanto las influencias produzcan un resultado efectivo (es decir no se compensen o anulen).

El cambio en la cantidad de movimiento $\boldsymbol{p}$, habitualmente designado con $\Delta\boldsymbol{p}$, depende del tiempo durante el cual la resultante de las fuerzas (en representación de todas las fuerzas) ejerce su influencia. Si por algún motivo (o varios motivos), durante un intervalo de tiempo $\Delta t$, la resultante es nula, obviamente no se producirán modificaciones en $\boldsymbol{p}$ en tal intervalo. Esta última declaración (ya indicada como obvia) es una consecuencia inmediata de la segunda ley de Newton

$$\boldsymbol{F}_R = \sum_i \boldsymbol{F}_i = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

En el caso de estudiar el movimiento de un conjunto o sistema de partículas de masas $m_1, m_2,...,m_N$ con velocidades respectivas $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2,...,\boldsymbol{v}_N$, la cantidad de movimiento del sistema se define como la suma de las cantidades de movimiento de las partículas que lo componen

$$\boldsymbol{P} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{p}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{v}_i$$

Así, las modificaciones de la cantidad de movimiento de un sistema de partículas estará determinado por la suma de las modificaciones de cada una de las cantidades de movimiento de las partículas que lo forman.

Como hemos visto, es la resultante de las fuerzas sobre una partícula aquéllo con capacidad de modificar su cantidad de movimiento de tal forma que, para un sistema de partículas (en virtud de la última definición) será la resultante de resultantes el agente modificador de la cantidad de movimiento del sistema:

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{R}}^{i}$$

siendo la última suma aquéllo que hemos llamado la resultante de resultantes[1]. Como se ha visto, la tercera ley de Newton contribuye a simplificar la evaluación de la tal resultante de resultantes. Según el principio de acción y reacción, las fuerzas que las partículas pertenecientes al sistema se ejercen entre ellas son pares de vectores opuestos de igual magnitud. De esta forma, la suma que conduce a la resultante de resultantes permite cancelar las fuerzas que las partículas se hacen entre ellas indicando que sólo las fuerzas que ejerzan las partículas (o cuerpos) que no pertenecen al sistema estudiado, contribuirán a modificar la cantidad de movimiento del conjunto.

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{R}}^{i} = \sum_{j} \boldsymbol{F}_{j}^{Ext.} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{R}}^{\boldsymbol{Ext.}}$$

Así, los cambios en la cantidad de movimiento de un sistema están determinados por la resultante de las fuerzas externas aplicadas sobre el sistema.

A veces es muy instructivo analizar la contrapartida de esta última declaración, es decir, "**la cantidad de movimiento de un sistema de partículas no puede ser modificada por las fuerzas que las partículas del sistema se apliquen entre ellas**". Queda para el lector, pensar si el conductor de un au-

[1] La expresión "resultante de resultantes" se podría haber evitado pero manifiesta bastante bien lo que se quiere indicar.

tomóvil puede frenarlo tirando del volante o por qué no nos elevamos tirándonos de los pelos o ... tantas otras cosas más.

Sintetizando: **la resultante de las fuerzas externas determina los cambios en la cantidad de movimiento del sistema: Si la resultante de las fuerzas externas en nula, la cantidad de movimiento del sistema permanece invariable**.

Esta última afirmación se conoce como el enunciado del Teorema de Conservación de la Cantidad de Movimiento. Un sistema de partículas para el cual la resultante de las fuerzas externas en nula se comporta como un sistema aislado.

Desde un punto de vista ligeramente distinto (que no es otra cosa que una reformulación de la última ecuación), la variación de la cantidad de movimiento de un sistema puede expresarse como

$$\Delta \boldsymbol{P} = \int_{p_1}^{p_2} d\boldsymbol{p} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{R}}^{Ext.} dt$$

donde la integral de la derecha es conocida con el nombre de impulso de la fuerza considerada en el integrando. Visto así, el cambio de la cantidad de movimiento de un sistema depende (siempre que no sea nula la resultante) del intervalo entre $t_1$ y $t_2$. Cuanto más pequeño sea el intervalo entre $t_1$ y $t_2$, comparado con algún otro intervalo de tiempo característico del estudio que estemos efectuando, tanto menor será el cambio en la cantidad de movimiento producido por la resultante de las fuerzas externas. Estas consideraciones son útiles para casos de sistemas no aislados que, por ejemplo, se fragmentan o en los cuales las partículas chocan. Si la duración del proceso de fragmentación o de choque es muy pequeña comparada con el tiempo de estudio anterior y/o posterior a la tal fragmentación o choque, se puede ad-

mitir que la cantidad de movimiento del sistema permanecerá invariable durante tales procesos[2].

De forma enteramente análoga se puede discutir la variación del momento angular de una partícula o de un sistema de partículas. Bastaría con recordar la definición de momento angular de una partícula para dar pié al estudio del agente que lo puede modificar y extender las relaciones a conjuntos o sistemas de partículas. Veamos...

### *3.2 - El momento angular*

Hagamos un repaso: si en un instante $t$ una partícula de masa $m$ con velocidad $\boldsymbol{v}$ está en la posición $\boldsymbol{r}$, se denomina momento angular de la partícula a la magnitud $\boldsymbol{l}$ definida como:

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$$

donde la cruz indica un producto vectorial.

Los cambios del momento angular a medida que el tiempo transcurre dependerán tanto de los cambios en $\boldsymbol{r}$ como de los cambios en $\boldsymbol{p}$ en la forma

$$\frac{d\boldsymbol{l}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \times \boldsymbol{p} + \boldsymbol{r} \times \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{v} \times m\boldsymbol{v} + \boldsymbol{r} \times \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

y en virtud de que la velocidad de una partícula es siempre paralela a su cantidad de movimiento (y usando también la segunda ley de Newton)

$$\frac{d\boldsymbol{l}}{dt} = \boldsymbol{r} \times \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F_R}$$

La magnitud que modifica el momento angular de una partícula resulta del producto vectorial entre la posición de la partícula y la resultante de las fuer-

[2] Nunca está de más aclarar que se está caracterizando la cantidad de movimiento del sistema y **no** la de cada partícula perteneciente al sistema.

zas sobre la partícula (es importante el orden establecido puesto que el producto vectorial no es conmutativo). Tal magnitud se llama momento de la fuerza considerada (en este caso la resultante) y se lo indica con la letra $\boldsymbol{\tau}$ (tau):

$$\frac{d\boldsymbol{l}}{dt} = \boldsymbol{\tau}$$

En el caso de estudiar un sistema de N partículas, el momento angular $\boldsymbol{L}$ del sistema es la suma de los momentos angulares de cada partícula que compone el sistema:

$$\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{l}_i = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{p}_i = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{r}_i \times m_i \boldsymbol{v}_i$$

y su variación con el tiempo es:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum_{i-1}^{N} \frac{d\boldsymbol{l}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\tau}_R^i$$

La última suma representa la resultante de los momentos de las fuerzas resultantes sobre cada partícula del sistema. El principio de acción y reacción permite, nuevamente, simplificar la evaluación de tal resultante, reduciendo el cálculo a la consideración de los momentos de las fuerzas externas sobre el sistema. Así, la última relación resulta:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum_j \boldsymbol{\tau}_j^{Ext.}$$

El momento angular de un sistema de partículas se modifica por la acción de la resultante de los momentos de las fuerzas externas ejercidas sobre el sistema.

La analogía con las consideraciones hechas para la cantidad de movimiento de un sistema es completa (de unas relaciones se obtienen las otras cambiando $\boldsymbol{P}$ por $\boldsymbol{L}$ y $\boldsymbol{F}^{\text{Ext.}}$ por $\boldsymbol{\tau}^{\text{Ext.}}$). En consecuencia, se puede declarar que:

**El momento angular de un sistema no se puede modificar por acción de momentos de fuerzas internas y permanecerá constante en tanto sea nula la resultante de los momentos de las fuerzas externas.**

El mismo planteo hecho al discutir la magnitud que cambia la cantidad de movimiento de un sistema conduce a la definición de impulso angular como:

$$\Delta \boldsymbol{L} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{R}}^{Ext.} dt$$

y las consideraciones a cerca de la duración del momento de la fuerza y su influencia sobre el momento angular son las mismas que las discutidas antes.

### *3.3 - Trabajo y Energía*

La palabra trabajo nos ha acompañado casi cotidianamente desde que tenemos memoria ("Este chico me da un trabajo …", "Vas a ver cuando papá vuelva del trabajo!!!". "¿Cómo te fue en el trabajo?". "No sabes lo que pasó en el trabajo!", etc., etc., etc.). La idea que adquirimos está relacionada con ocupación, sustento y sobre todo, cansancio y sacrificio. El trabajo está tan arraigado como actividad social que cuesta imaginar que los hechos naturales, aquellos procesos para los cuales no tiene el menor sentido hablar de ocupación, sustento, cansancio o sacrificio, puedan tener algo que ver con el trabajo. A nadie se le ocurre pensar que tal o cual cometa viaja lentamente (siempre comparando su velocidad con alguna otra velocidad) porque está cansado o que las mareas crecen más unos días que otros porque necesitan

hacer horas extras. No, las cosas no pasan por ahí… Sin embargo, la búsqueda incesante de relaciones de causa y efecto que caracteriza toda investigación seria y no meramente descriptiva nos lleva a generalizar la necesidad de motivos para todo lo que observamos. Alguna razón habrá para que el cometa se mueva lentamente o para que las mareas suban más o para que el sol brille como brilla o para que la temperatura sea la que es. A veces se pretenden buscar razones simples y/o circunstanciales y a veces se buscan las razones últimas, las esenciales. La temática que nos ocupa ahora apunta a comenzar la búsqueda de las razones últimas de los hechos, aquéllo que es el motivo de los hechos, aquéllo que dirige los procesos naturales. El tema tiene que ver con la palabra energía que significa "fuerza en acción". La tarea es difícil y lo que presentaremos es sólo un comienzo.

Trabajo, desde el punto de vista mecánico, es una magnitud vinculada a las fuerzas aplicadas sobre una partícula y al desplazamiento de la misma. Sabemos, por la Segunda Ley de Newton, que es la resultante de las fuerzas la responsable de los diferentes estados de movimiento de una partícula. Además, sabemos que la resultante es la suma de las fuerzas aplicadas. Cada una de las fuerzas aplicadas sobre la partícula que estudiamos representa la acción (o influencia) de un cuerpo en particular. En principio, el trabajo de una fuerza se introduce con la idea de averiguar si la influencia de tal o cual cuerpo es relevante en relación al desplazamiento de la partícula influida. Si la fuerza en cuestión se orienta de alguna manera para el lado del desplazamiento de la partícula decimos que la fuerza contribuye positivamente con el desplazamiento y si la fuerza "apunta" en contra del desplazamiento, contribuirá negativamente al desplazamiento. Existe también la situación indiferente en la que la fuerza no se orienta ni a favor ni en contra del desplaza-

miento y, en ese caso, decimos que no contribuye al desplazamiento. Otra cosa que sabemos y no podemos perder de vista es que las fuerzas sobre una partícula raramente son constantes. Esta última aclaración no es redundante porque en la definición de trabajo de una fuerza que vamos a proponer tendremos en cuenta justamente esta situación. Debemos admitir que si en un punto de su trayectoria una partícula está sometida a un cierto conjunto de fuerzas, algún momento después, el conjunto no tiene porqué ser el mismo. Como ya dijimos, cada fuerza representa la acción o influencia de un cuerpo y tal acción no tiene porqué ser la misma en los diferentes puntos del espacio en que se encuentra la partícula que estamos estudiando.

Supongamos que una cierta fuerza $\boldsymbol{F}$ (entre otras, claro) está aplicada sobre una partícula y que la partícula se está desplazando. Sea $d\boldsymbol{r}$ en desplazamiento de la partícula entre $t$ y $t+dt$. Se define trabajo $dW$ de la fuerza $\boldsymbol{F}$ durante el desplazamiento $d\boldsymbol{r}$ al escalar

$$dW = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

La cantidad así definida cumple con las consideraciones que pretendimos indicar en el párrafo anterior: Si el ángulo entre $\boldsymbol{F}$ y $d\boldsymbol{r}$ es menor de 90° $dW > 0$; si el ángulo entre $\boldsymbol{F}$ y $d\boldsymbol{r}$ es mayor de 90° $dW < 0$ y si el ángulo entre $\boldsymbol{F}$ y $d\boldsymbol{r}$ es de 90° $dW = 0$. El trabajo es una magnitud escalar que se mide en unidades de fuerza (N) y desplazamiento (m). A la unidad N.m se la denomina Joule (J).

Si la trayectoria de la partícula entre los puntos A y B del espacio está representada por la curva C (la trayectoria simboliza la sucesión de desplazamientos), el trabajo a lo largo de la trayectoria C será la suma de todas las contribuciones $dW$ en los sucesivos desplazamientos. Así,

$$W_{AB} = \int_C dW = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

donde la fuerza $\boldsymbol{F}$ es un vector cuyas componentes, en general, dependerán de las coordenadas

$$\boldsymbol{F}(x,y,z) = F_x(x,y,z)\ \breve{\boldsymbol{i}} + F_y(x,y,z)\ \breve{\boldsymbol{j}} + F_z(x,y,z)\ \breve{\boldsymbol{k}}$$

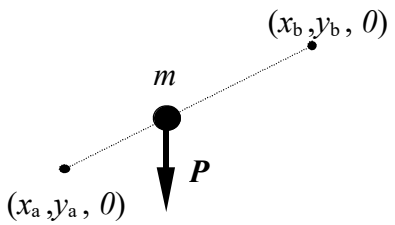
y el vector desplazamiento $d\boldsymbol{r}$ tiene por componentes los cambios en las coordenadas

$$d\boldsymbol{r} = dx\ \boldsymbol{i} + dy\ \boldsymbol{j} + dz\ \boldsymbol{k}$$

La trayectoria C estará especificada por alguna ecuación de la forma

$$C(x,y,z) = 0$$

Con toda seguridad un cálculo concreto ayudará a comprender cómo se evalúa el trabajo de una fuerza. Veamos un ejemplo sencillo, es decir, un caso en el cual las componentes de la fuerza son funciones muy simples: ¿Qué trabajo realiza la fuerza peso de una partícula de masa $m$, si la partícula se ha desplazado desde el punto A de coordenadas $(x_a,y_a,0)$ hasta el punto B=$(x_b,y_b,0)$ en una trayectoria rectilínea?




El vector peso $\boldsymbol{P}$ de la partícula tiene módulo $mg$, es vertical y apunta hacia el centro de la tierra. De manera que si elegimos un sistema de coordenadas con un eje vertical hacia arriba (digamos el eje $y$) será:

$$\boldsymbol{P}(x,y,z) = 0\ \breve{\boldsymbol{i}} - mg\ \breve{\boldsymbol{j}} + 0\ \breve{\boldsymbol{k}}$$

el desplazamiento no tiene modificaciones en la coordenadas $z$:

$$d\boldsymbol{r} = dx\ \breve{\boldsymbol{i}} + dy\ \breve{\boldsymbol{j}}$$

y la ecuación curva de la C es

$$y = R\,x + S$$

siendo R y S la pendiente y la ordenada al origen de la trayectoria recta, respectivamente. El lector sabrá encontrar la relación entre R, S y los puntos A=($x_a$,$y_a$,0) y B=($x_b$,$y_b$,0). Una vez representados los elementos que participan de la definición del trabajo, nos queda efectuar las operaciones correspondientes. Así resulta

$$W_{AB} = \int_C dW = \int_A^B \boldsymbol{P} \cdot d\boldsymbol{r} = -\int_A^B mg\,dy = mg(y_a - y_b)$$

Veamos otro ejemplo donde al menos una componente de la fuerza sea una función explícita de alguna coordenada. El caso más simple es aquél en el cual la componente de la fuerza es proporcional a una coordenada:

$$\boldsymbol{F}(x,y,z) = -k\,x\,\breve{\boldsymbol{i}} + 0\,\breve{\boldsymbol{j}} + 0\,\breve{\boldsymbol{k}}$$

y evaluemos el trabajo en una trayectoria recta paralela al eje $x$ entre los puntos $x_1$ y $x_2$. La ecuación de tal recta es $y$ = Cte. y el vector desplazamiento no tiene componentes según los ejes $y$ y $z$ pues tales coordenadas no varían. Entonces, el trabajo resulta

$$W_{AB} = \int_C dW = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = -\int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \tfrac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$$

Espero que los ejemplos hayan aclarado cómo se hace el cálculo del trabajo de una fuerza y supongo que la práctica (abundante) dará un buen acabado a esta problemática. Debe notarse que en ningún momento se establece una relación directa entre el desplazamiento y la fuerza. Insistimos, la trayectoria de una partícula (la sucesión de sus desplazamientos) está determinada por **todas** las fuerzas que actúan sobre ella de manera conjunta (está determinada por la resultante) y el trabajo se refiere a una cualquiera de las fuerzas participantes. Luego de esta aclaración, tal vez valga la pena (vale y mucho)

intentar evaluar el trabajo de la resultante de las fuerzas sobre una partícula. Veamos…

Sea $\boldsymbol{F}_R$ la resultante de las fuerzas sobre una partícula de masa $m$ que sigue una trayectoria C de manera que cuando pasa por el punto A en $\boldsymbol{r}_A$ posee velocidad $\boldsymbol{v}_A$ y al cabo de un tiempo $\Delta t$ alcanza el punto B en $\boldsymbol{r}_B$ con velocidad $\boldsymbol{v}_B$. El trabajo de la resultante en el tramo entre A y B de la trayectoria será, por definición:

$$W_{AB} = \int_C dW = \int_A^B \boldsymbol{F}_R \cdot d\boldsymbol{r}$$

Tratándose de la resultante de las fuerzas, la Segunda Ley de Newton

$$\sum_i \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_R = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = m\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

nos permite expresar el trabajo como

$$W_{F_R} = \int_A^B \boldsymbol{F}_R \cdot d\boldsymbol{r} = \int_A^B m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{\boldsymbol{v}_A}^{\boldsymbol{v}_B} m\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{v} = \tfrac{1}{2}mv_B^2 - \tfrac{1}{2}mv_A^2$$

El resultado obtenido (del cual no debe perderse de vista que es sólo válido para la resultante de las fuerzas) es de suma importancia ya que nos indica que el trabajo de la resultante de las fuerzas se puede obtener independientemente de la trayectoria como la variación de la función $\frac{1}{2}\,m\,v^2$. En menos palabras, nos basta saber que una partícula ha modificado su velocidad entre dos puntos de su trayectoria para poder deducir cuál ha sido el trabajo de la resultante sobre ella. No es posible demostrar para cualquier fuerza que su trabajo sea independiente de la trayectoria. Tal vez existan ciertos casos particulares pero en general, el trabajo de una fuerza cualquiera (que es una parte de la resultante), depende de la trayectoria que ha seguido la partícula.

Evidentemente, al calcular trabajos de fuerzas, la relevancia de la trayectoria en el caso de la resultante de las fuerzas en completamente nula. El trabajo de la resultante en un tramo de la trayectoria que se inicia con velocidad $\boldsymbol{v}_i$ y finaliza con velocidad $\boldsymbol{v}_f$, sea cual fuere la curva seguida por la partícula, no puede diferir de lo que se obtiene como la variación de la función $\frac{1}{2} m v^2$.

Llamaremos energías a aquellas funciones cuya variación permita calcular el trabajo de una fuerza. La variaciones de la función $\frac{1}{2} m v^2$ indican directamente el trabajo de la resultante de las fuerzas sobre una partícula de masa *m* (perdón por la insistencia ) y siendo esta función dependiente de la velocidad de la partícula, se la conoce con el nombre de Energía Cinética $E_c$ de la partícula[3].

- La energía cinética depende (además de la masa de la partícula) del cuadrado del módulo de la velocidad
- La energía cinética de una partícula en un cierto instante es un número con unidades de trabajo
- En distintos instantes, la energía cinética tiene, en general, diferentes valores
- La energía cinética es una función que no puede ser negativa

Obtener la igualdad

$$\int_A^B \boldsymbol{F}_R \cdot d\boldsymbol{r} = \tfrac{1}{2} m\, v_B^2 - \tfrac{1}{2} m\, v_A^2 = \Delta E_c$$

es demostrar el llamado Teorema de Trabajo y Energía.

[3] El motivo de pedir perdón por insistir en que la variación de la energía cinética representa el trabajo de la resultante, viene a que, a veces, se ejemplifica esta igualdad con casos donde **sólo una fuerza** actúa sobre una partícula y de ahí, los alumnos creen que el trabajo de **una** fuerza es la variación de la energía cinética.

Tal vez sea oportuno aclarar con palabras domésticas, qué se entiende por *variación* de una función. Si $f_1$ es el valor de una función para una cierta elección de las variables de la función y $f_2$ lo es para las variables incrementadas[4], la variación de $f$ es: $\Delta f = f_2 - f_1$.

Hemos encontrado que la resultante de las fuerzas tiene una energía asociada (la energía cinética) que permite evaluar (a través de su variación) el trabajo efectuado en un tramo de trayectoria. Veamos ahora si podemos encontrar alguna condición que nos permita determinar si alguna otra fuerza tiene una energía asociada, es decir, si existen otras fuerzas cuyo trabajo se pueda calcular como la variación de una energía independientemente de la trayectoria seguida.

De la definición de trabajo

$$W_{AB} = \int_C dW = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

surge la necesidad de integrar el resultado de $\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, es decir, integrar

$$\boldsymbol{F}(x,y,z) \cdot d\boldsymbol{r} = F_x(x,y,z)\, dx + F_y(x,y,z)\, dy + F_z(x,y,z)\, dz$$

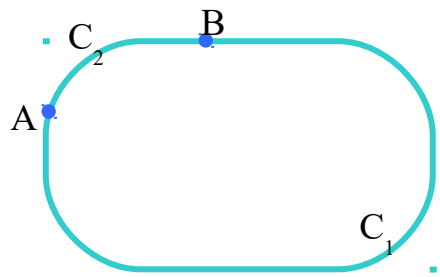
Si esta última expresión es la diferencial exacta de una cierta función $\Phi(x,y,z)$, podemos aplicar la Regla de Barrow en la integral del trabajo de forma que

$$\int_A^B \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_A^B d\Phi = \Phi(B) - \Phi(A)$$

La función $\Phi$ se conoce con el nombre de función potencial y sólo para algunas fuerzas $\boldsymbol{F}$ existirá función potencial. Se puede demostrar que si $\boldsymbol{F}$ es tal que

[4] Entenderemos por "2" aquello que sea final o posterior a, luego de, a continuación de, siguiente a "1". El "1" lo pensamos como inicio o anterior a, previo a, antes que "2".

$$\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$$




**para toda** curva cerrada C (sin excepción), entonces existe función potencial para la fuerza $\boldsymbol{F}$ y la evaluación de la integral, en un dado tramo, es independiente de la curva. Efectivamente, la figura muestra una trayectoria cerrada cualquiera en la cual se han particularizado dos puntos A y B. Explicitando la igualdad anterior se obtiene que

$$\int_{AC_1}^{B} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} + \int_{BC_2}^{A} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{AC_1}^{B} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} - \int_{AC_2}^{B} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$$

Así, se puede concluir lo siguiente:

$$\int_{AC_1}^{B} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{AC_2}^{B} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

Este resultado nos muestra que el trabajo de la fuerza $\boldsymbol{F}$ no depende de la curva seguida ($C_1$ o $C_2$) sino de los puntos $A$ y $B$ que definen el comienzo y el final del trayecto.

Las fuerzas que poseen la propiedad que su trabajo depende exclusivamente de las coordenadas de los puntos que determinan el tramo considerado se denominan fuerzas conservativas. Son todas aquéllas que satisfacen la propiedad

$$\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$$

para toda curva C. El trabajo de una fuerza conservativa se puede evaluar a través de la variación de una función potencial o energía potencial asociada a la fuerza (lea de nuevo ese asunto de la Regla de Barrow).

Tal vez el lector haya notado (o tal vez no…) que al mencionar la manera de determinar el trabajo de una fuerza conservativa hay un cierto "tiro por elevación" escondido en las palabras "a través de". Lo que se ha tratado de cuidar es el hecho que tal trabajo no es directamente la variación de una energía potencial. Veamos… En el los ejemplos relativos al cálculo del trabajo de fuerzas se ha encontrado que el trabajo de la fuerza peso de una partícula y otra fuerza proporcional a la coordenada son, respectivamente

$$W_{Peso} = mg(y_a - y_b)$$
$$W_{el.} = \tfrac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$$

(donde el trabajo de la fuerza proporcional a la coordenada se lo ha subindicado "el." ya que tales fuerzas son comunes en procesos elásticos). Se puede notar que el trabajo es la resta de dos valores de la misma función. Y los valores son justamente los que se obtienen al evaluar la función en las coordenadas de los puntos que definen el comienzo y el final de la trayectoria considerada (los ejemplos no fueron tomados al azar). La fuerza peso en las cercanías de la superficie de la Tierra (como cualquier fuerza constante) y las fuerzas elásticas (proporcionales a la coordenada) son fuerzas conservativas y **sus trabajos coinciden con la variación, cambiada de signo, de energías potenciales**. Aquella función de las coordenadas cuya variación (con signo cambiado) es el trabajo de la fuerza peso se llama Energía Potencial Gravitatoria $U_g$ y aquella cuya variación (con signo menos) nos da el trabajo de una fuerza elástica se llama Energía Potencial Elástica $U_{el.}$. Y así, llamaremos Energía Potencial $U$ asociada a una fuerza conservativa, a la función de las coordenadas cuya variación, cambiada de signo, evalúa el trabajo de la fuerza en cuestión:

$$\int_A^B \boldsymbol{F}^{cons.} \cdot d\boldsymbol{r} = -\Delta U = -[U(B) - U(A)]$$

Como el trabajo de una fuerza conservativa es independiente de la trayectoria seguida, la determinación de la energía potencial asociada se puede hacer una sola vez y por la trayectoria más sencilla que nos parezca (total, va a dar lo mismo por cualquiera!!).

Ya hemos encontrado dos energías potenciales, la gravitatoria, de la forma

$$U_g(x, y, z) = mgy$$

donde $y$ es la coordenada según la dirección vertical relativa a un origen arbitrario y la elástica (asociada a una fuerza elástica unidimensional), de la forma

$$U_{el.}(x) = \tfrac{1}{2}kx^2$$

donde $x$ representa el apartamiento del estado de equilibrio de un cuerpo elástico.

Lamentablemente, si nos topamos con una fuerza no conservativa tendremos que conocer la trayectoria para evaluar su trabajo. Bastará con encontrar una única trayectoria cerrada C para la cual

$$\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} \neq 0$$

para concluir que tal fuerza $\boldsymbol{F}$ es no conservativa. El ejemplo más típico de fuerzas no conservativas es el de las fuerzas de contacto, con componente de roce, entre cuerpos que deslizan uno respecto al otro. Cuando la superficie de un objeto desliza sobre la superficie de otro, la componente de roce de la fuerza de contacto tiene sentido opuesto al del desplazamiento de la superficie del objeto considerado, relativo a la otra superficie. Tal situación condu-

ce a un resultado siempre negativo para el trabajo de la fuerza de contacto en cualquier clase y forma de trayectoria (tanto abierta como cerrada).

Como hemos visto, desde el punto de vista del trabajo que realizan, las fuerzas pueden agruparse en conservativas y no conservativas, dependiendo de la posibilidad o no de asociarles una energía potencial. La resultante de las fuerzas, en este contexto, es algo particular ya que su trabajo no es la variación (cambiada de signo) de una energía potencial ni hace falta conocer la trayectoria para calcular su trabajo: basta con determinar las velocidades inicial y final del tramo de interés. La resultante reúne el trabajo de todas las fuerzas actuantes. Así, admitamos que de un conjunto de N fuerzas que actúen sobre una partícula, $N_1$ sean conservativas y $N_2$ sean no conservativas, de manera que la resultante se puede expresar como

$$\boldsymbol{F}_R = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{F}_i = \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{N_1} \boldsymbol{F}_j^{cons.} + \sum_{k=1}^{N_2} \boldsymbol{F}_k^{no\ cons.}$$

con $N = N_1 + N_2$. El trabajo de tal resultante será

$$\Delta E_C = \int_A^B \boldsymbol{F}_R \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{\boldsymbol{A}}^B (\sum_{i=1}^{N_1} \boldsymbol{F}_j^{cons.}) \cdot d\boldsymbol{r} + \int_{\boldsymbol{A}}^B (\sum_{k=1}^{N_2} \boldsymbol{F}_k^{no\ cons.}) \cdot d\boldsymbol{r}$$

El trabajo de cada una de las fuerzas conservativas $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{cons.}}$ se podrá calcular como la variación (cambiada de signo) de la energía potencial $\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{j}}$ correspondiente

$$\int_A^B (\sum_{j=1}^{N_1} \boldsymbol{F}_j^{cons.}) \cdot d\boldsymbol{r} = \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{N_1} (\int_A^B \boldsymbol{F}_j^{cons.} \cdot d\boldsymbol{r}) = -\sum_{j=1}^{N_1} (\Delta U_p^j) =$$

$$= -\Delta(\sum_{j=1}^{N_1} U_p^j) = -\Delta U_p = -\left[U_p(B) - U_p(A)\right]$$

donde se ha aprovechado la secuencia de igualdades y se ha definido la Energía Potencial de una partícula como la suma de las energías potenciales asociadas a cada fuerza conservativa que actúa sobre ella.

Por otra parte, el trabajo de las contribuciones no conservativas a la resultante deberá ser particularmente calculado según la fuerza y de acuerdo con la trayectoria. Entonces, reuniendo toda esta información se obtiene:

$$\Delta E_C = -\Delta \sum_{j=1}^{N_1} U_p^j + \int_A^B (\sum_{k=1}^{N_2} \boldsymbol{F}_k^{no\ cons}) \cdot d\boldsymbol{r} = -\Delta U_p + \int_A^B (\sum_{k=1}^{N_2} \boldsymbol{F}_k^{no\ cons}) \cdot d\boldsymbol{r}$$

Esta última igualdad se puede reordenar de forma de reunir las funciones energéticas que permiten evaluar trabajo por un lado y los trabajos dependientes de las trayectorias por otro. Pues, reorganizando obtenemos

$$\Delta E_C + \Delta \sum_{j=1}^{N_1} U_p^j = \Delta E_C + \Delta U_p = \Delta(E_C + U_p) = \int_A^B (\sum_{k=1}^{N_2} \boldsymbol{F}_k^{no\ cons.}) \cdot d\boldsymbol{r}$$

lo que se puede expresar con las palabras: El trabajo de las fuerzas no conservativas que actúan sobre una partícula produce una modificación en la suma de la energía cinética y la energía potencial de la partícula, entendiendo por energía potencial a la suma de las energías potenciales asociadas a cada fuerza conservativa que actúa sobre la partícula. A la suma de la energía cinética y la energía potencial de una partícula de la denomina Energía Mecánica $E_M$ y la declaración anterior se resume en la relación:

$$W_{F(no\ conservativas)} = \Delta E_M$$

Esta última igualdad determina una condición de conservación expresada como:

**Si las fuerzas no conservativas que actúan sobre una partícula no producen trabajo, la energía mecánica de la partícula se mantiene constante**

La denominación Energía Mecánica está originada en el hecho de haber utilizado la Segunda Ley de Newton o Segunda Ley de la Mecánica como punto de partida para la obtención del trabajo de la resultante de las fuerzas. La resultante de las fuerzas representa la influencia del ambiente sobre al cuerpo que estudiamos. Si por algún motivo (que en general tiene que ver con un afán organizador) efectuamos una clasificación de las fuerzas según grandes grupos como fuerzas de naturaleza eléctrica, fuerzas de naturaleza magnética, fuerzas de naturaleza gravitatoria, fuerzas del tipo elástico, etc., la denominación Energía Mecánica pierde significado y se generaliza a Energía (sin calificativos). La experiencia nos ha mostrado que, si bien los estudios mecánicos requieren del uso de fuerzas no conservativas (como ciertas fuerza de contacto entre cuerpos que rozan), tales fuerzas no son necesarias si se amplía el estudio incluyendo fenómenos electromagnéticos, nucleares, etc. Así, no existirían fuerzas no conservativas (no pudiendo hacer trabajo, claro) y la energía se transformaría en una magnitud constante para cualquier proceso. Si bien la energía surge como una manera para evaluar trabajos en base a las propiedades de las fuerzas, las teorías modernas (que proponen postulados diferentes de los de Newton) interpretan a la energía como una magnitud esencial de los procesos físicos, cuyo intercambio -manifiestado de diferentes formas- determina la manera cómo los hechos pueden ocurrir.

Para sistemas de partículas, las funciones energéticas pueden ser generalizadas. Veamos...

### *3.4 - Energía mecánica de un sistema de partículas*

Como se ha visto, el trabajo de la resultante de las fuerzas sobre una partícula se puede evaluar, por un lado, como la variación de la energía cinética de la partícula y por otro, como el trabajo de las diferentes fuerzas que contribuyen a la resultante. La distinción entre las diferentes contribuciones en fuerzas conservativas o no conservativas, permite la evaluación esos trabajos como la variación (cambiada de signo) de una energía potencial o no, según corresponda. Así resulta que el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es el motivo de la variación de la energía mecánica de una partícula.

Con el fin de extender el concepto de energía mecánica a un conjunto de partículas, intentaremos generalizar las ideas básicas consideradas al estudiar una sola partícula, es decir, evaluar el trabajo de la resultante de las fuerzas.

La resultante de las fuerzas sobre un sistema de partículas es la suma de cada una de las fuerzas resultantes sobre cada partícula que constituye el sistema considerado. De esta manera, en un sistema de N partículas la resultante es expresada como:

$$\boldsymbol{F}_R = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{f}_i^R$$

siendo $\boldsymbol{f}_i^R$ la resultante sobre la partícula *i* del sistema.

El trabajo realizado por tal conjunto de fuerzas resultantes será la suma de los trabajos realizados por cada una de ellas:

$$W_{\boldsymbol{F}_R} = \sum_{i=1}^{N} \int \boldsymbol{f}_i^R \cdot d\boldsymbol{r}_i$$

donde $d\boldsymbol{r}_i$ representa el desplazamiento de cada partícula y la integral se evalúa según la trayectoria seguida por de cada partícula.

Entonces, como se demostró que para una partícula el trabajo de la resultante es la variación de la energía cinética de la partícula, debemos concluir que, para que la misma idea se vea reflejada en un sistema de partículas, la energía cinética del sistema debe ser definida como la suma de las energías cinéticas de cada partícula que lo compone. En efecto,

$$W_{\boldsymbol{F_R}} = \sum_{i=1}^{N} \int \boldsymbol{f}_i^{\,R} d\boldsymbol{r}_i = \sum_{i=1}^{N} \Delta\left(\tfrac{1}{2} m_i v_i^2\right) = \Delta \sum_{i=1}^{N} \tfrac{1}{2} m_i v_i^2 = \Delta E_c^{Sistema}$$

En acuerdo con lo que se hizo para una partícula, si admitimos que a cada resultante aportan fuerzas conservativas y no conservativas, el trabajo de las fuerzas conservativas se podrá expresar como la variación de una energía potencial asociada (no olvidar el cambio de signo) y así si

$$\boldsymbol{f}_i^{\,R} = \sum_j \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ij}}^{Cons.} + \sum_k \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ik}}^{\boldsymbol{No\ cons.}}$$

donde el índice $j$ enumera a las fuerzas conservativas que actúan sobre la partícula $i$ y el índice $k$ hace lo propio con las no conservativas, el trabajo de $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{R}}$ será

$$\int \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{R}} d\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{i}} = -\sum_j \Delta U_j^i + \sum_k W_{ik}^{No\ cons.}$$

siendo $U_j^i$ la energía potencial asociada a la fuerza conservativa $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ij}}^{Cons.}$.

De esta manera se pueden reorganizar las relaciones como

$$\sum_k W_{ik}^{No\ cons.} = \Delta E_c^i + \sum_j \Delta U_j^i$$

Si denominamos energía mecánica de un sistema a la suma de la energía cinética del sistema y las energías potenciales asociadas a las fuerzas conservativas actuantes sobre las partículas del sistema, es posible concluir que

$$\sum_{i,k} W_{ik}^{No\ cons.} = \Delta E_M^{Sistema}$$

**el trabajo de las fuerzas no conservativas modifica la energía mecánica de un sistema de partículas**.

El lector habrá notado que prácticamente no hay una disparidad notable en el tratamiento de la energía mecánica de una partícula y la de un sistema. Sin embargo, si se pone en evidencia una diferencia fundamental entre partícula y sistema se notarán diferencias: para un sistema de partículas es posible diferenciar el interior del exterior y para una partícula (en el sentido de elemental) todo es exterior.

Veamos, por ejemplo, la energía cinética de una sistema. Según se indicó antes

$$E_c^{Sistema} = \sum_{i}^{N} \tfrac{1}{2} m_i v_i^2$$

donde las velocidades de cada partícula están referidas a un sistema de referencia inercial cualquiera. Si tales velocidades se expresan teniendo en cuenta el centro de masa del sistema:

$$\boldsymbol{v_i} = \boldsymbol{V_{CM}} + \boldsymbol{v}_{i_{CM}}$$

de manera que $v_i^2 = V_{CM}^2 + v_{i_{CM}}^2 + 2\,\boldsymbol{V_{CM}}\ \boldsymbol{v_{i_{CM}}}$, la energía cinética se puede llevar a la forma:

$$E_c^{Sistema} = \tfrac{1}{2}\, M\, V_{CM}^2 + \sum_{i=1}^{N} \tfrac{1}{2}\, m_i\ v_{i_{CM}}^2$$

El primer término se denomina energía cinética del centro de masa y representa la descripción energética del sistema visto como un todo (desde el exterior). El segundo término se denomina energía cinética relativa al centro de masa y representa la descripción energética del interior del sistema.

En el mismo sentido, la energía potencial en un sistema se puede considerar como dos contribuciones: energías potenciales asociadas a fuerzas conservativas externas y energías potenciales asociadas a fuerzas internas. Las energías potenciales asociadas a fuerzas conservativas externas describen (a través de su variación cambiada de signo) el trabajo de las fuerzas conservativas externas de manera totalmente equivalente a las que se han descripto para una partícula. Análogamente las energías potenciales asociadas a fuerzas conservativas internas describen el trabajo de las fuerzas conservativas internas y es justamente ese trabajo lo que caracteriza al sistema como tal. Un conjunto de partículas constituye un sistema si se admite la existencia de algún tipo de influencia mutua. Si tal influencia entre partículas no existe, considerar que componen un sistema es un hecho puramente formal. Sin el trabajo de las fuerzas internas un sólido no mantendría su forma, ni un líquido su volumen, un elástico no se recuperaría de una deformación, etc., etc. A la reunión de las energías potenciales asociadas a fuerzas internas de un sistema se la denomina energía potencial interna o simplemente energía interna del sistema.

A esta altura de la discusión, es posible admitir como partícula a todo sistema cuyos términos energéticos internos (tanto en la energía cinética como en la potencial) permanecen constantes bajo cualquier circunstancia.

Si las fuerzas no conservativas también se clasifican en internas y externas se puede concluir que

$$W_{Externas}^{No\ cons.} + W_{Internas}^{No\ cons.} = \Delta E_M^{Sistema} = \Delta\left(E_c + U_{Potanciales} + U_{Interna}\right)$$

Resumiendo, el tratamiento energético de un sistema de partículas es completamente análogo al de una partícula y la diferencia se manifiesta en las contribuciones que describen el interior del sistema: el término de energía cinética relativa al centro de masa y la energía interna. Si los procesos que experimenta un sistema dependen de cambios y/o intercambios energéticos, para un sistema existen más variantes que para una partícula. Es decir, entregarle o quitarle energía a una partícula no necesariamente tiene las mismas consecuencias que hacerlo con un sistema. Un sistema aislado, por ejemplo, puede aumentar su energía cinética variando su energía interna; una partícula, no.

### *Síntesis conceptual*

Los denominados teoremas de conservación son consecuencias directas de los Principios de la Mecánica. Especificando las circunstancias en las que evoluciona un sistema es posible aprovechar el valor de ciertas magnitudes pues, según sean las circunstancias, se puede demostrar que permanecen siempre iguales.

Al estudiar una partícula (para la cual todas las fuerzas que actúan sobre ella son externas) es posible demostrar que:

Si la resultante de las fuerzas aplicadas sobre una partícula es nula, su cantidad de movimiento se conserva.

Si la resultante de los momentos de las fuerzas aplicadas sobre la partícula es nula, el momento angular de la partícula se conserva.

La idea de trabajo mecánico surge para contribuir al diseño de máquinas o mecanismos encargados de desplazar objetos, aliviando la tarea del hombre. La palabra trabajo tiene su origen en el *tripale* que era un conjunto de tres palos atados al cuello de los esclavos para forzarlos a realizar las tareas más pesadas y agotadoras. El trabajo de una fuerza es la magnitud que revela la posibilidad de que la influencia de un cierto cuerpo (fuerza) contribuya o no con el desplazamiento del tal cuerpo.

A partir de los Principios establecidos por Newton se puede demostrar que el trabajo de la resultante de las fuerzas sobre una partícula es la variación de su energía cinética y de ahí resulta que si la suma de los trabajos realizados por las fuerzas no conservativas aplicadas en la partícula es cero, la energía mecánica de la partícula se mantiene constante.

Se entiende por energía mecánica de una partícula a una cierta suma de funciones cuyas variaciones dan cuenta del trabajo realizado por las diferentes fuerzas aplicadas en la partícula.

Al estudiar sistemas de partículas se han generalizado los conceptos relativos a una partícula, encontrando algunas diferencias significativas en el momento angular y la energía mecánica:

El momento angular de un sistema de partículas se puede resumir a dos términos (el orbital y el intrínseco) y su conservación requiere (al igual que el de una partícula) que sea nula la resultante de los momentos de las fuerzas exteriores. La conservación del momento angular de un sistema no prohibe el intercambio entre la parte orbital y la intrínseca. Tal cosa amplía el panorama de procesos que pueden ocurrir con un sistema y que no suceden con una partícula (en el sentido elemental).

De la misma manera ocurre con la energía mecánica de un sistema de partículas. Para un sistema, la contribución cinética a la energía mecánica tiene dos términos y a su vez, la existencia de fuerzas conservativas internas aporta con un término denominado energía interna. Estas contribuciones son nuevas en relación a la energía mecánica de una partícula. La conservación de la energía mecánica está determinada por el trabajo que resulte de las fuerzas no conservativas (internas o externas) que estén aplicadas sobre el sistema. Si el trabajo de las fuerzas no conservativas resulta nulo, la energía mecánica del sistema se conserva y tal situación no impide el intercambio energético entre las diferentes contribuciones (cinéticas, potenciales e interna). Un sistema se puede desintegrar transfiriendo energía interna a energía cinética, una partícula (en el sentido elemental) no.

En este capítulo se han discutido las ideas que permiten establecer diferencias claras entre partícula y sistema de partículas. La introducción del calificativo de internas o externas para las fuerzas no es realmente transcendente pero el de conservativas y no conservativas según importe la trayectoria seguida al calcular trabajos, es novedoso.

Al incursionar en otras áreas de la física, el lector advertirá que los teoremas de conservación dan lugar a conceptos fundamentales que son generalizaciones de la cantidad de movimiento, el momento angular y la energía mecánica.