2.6 - La especificación de fuerzas.

Es claro, al menos eso me parece a esta altura de la lectura, que la problemática de la mecánica pasa, por un lado, por la adecuada especificación de fuerzas y los lugares donde están aplicadas en un cierto instante y, por el otro, por la evaluación de lo que está ocurriendo con la cantidad de movimiento y el momento angular del sistema bajo estudio en el mismo momento. También es claro que la declaración anterior no es más que la lectura de las ecuaciones que se obtienen para la descripción de un sistema de partículas a partir de los postulados fundamentales (Las Leyes de Newton). También en importante la evaluación del trabajo de las fuerzas, que nos llevará al concepto de energía. Pero lo primero es lo primero, así que tratemos de generar un método que nos ayude a evaluar qué fuerzas hay (y dónde están aplicadas) para un conjunto de casos frecuentes en el planteo de problemas mecánicos.

El método estará basado en unas pocas preguntas cuyas respuestas nos permitan establecer las condiciones en las que analizaremos un problema.

Primera pregunta: ¿qué fuerzas a distancia influyen en el cuerpo que estoy estudiando?

La respuesta es, en la mayoría de los casos, UNA SOLA: LA ATRACCION GRAVITATORIA DE LA TIERRA o **EL PESO** del cuerpo considerado.

La fuerza de atracción gravitatoria fue propuesta por Newton para explicar las características del movimiento de los cuerpos en caída (inclusive la Luna, que cae interminablemente sobre la Tierra). Los hechos experimentales muestran que entre dos partículas cualesquiera de masas M y m se establece una interacción atractiva (siempre) que es proporcional al producto de las masas de las partículas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. La dirección de las fuerzas en esta interacción se ajusta al

Principio de Acción y Reacción. Así, el módulo de la fuerza de atracción gravitatoria entre las partículas es:

$$F_g = \gamma \frac{M\,m}{r^2}$$

siendo *r* la distancia entre partículas y γ una constante, denominada constante de gravitación universal, que se puede determinar experimentalmente midiendo la fuerza que ejerce un objeto de masa M sobre otro de masa m, ambos separados por una distancia conocida. El valor de la constante de gravitación universal:

$$\gamma = 6{,}672 \text{ x } 10^{-11} \text{ (N m}^2 / \text{kg}^2 \text{)}$$

es suficientemente pequeño como para que los objetos de la vida diaria (incluyendo las personas) que tienen masas que van de algunos kilos hasta las toneladas (como una locomotora) no se anden pegoteando entre ellos.

Si usamos esta ideas para analizar cómo influye la Tierra sobre un cuerpo de masa *m* localizado cerca de su superficie (a unos 6.370 km del centro del planeta), advertimos que el valor de la fuerza gravitatoria que el planeta aplica sobre tal cuerpo es:

$$F_g = \gamma \frac{M_T\ m}{(R_T + h)^2}$$

donde hemos llamado M_T a la masa de la Tierra, R_T al radio de la Tierra y *h* al apartamiento del cuerpo de la superficie de la Tierra. Así, para cuerpos que están cerca de la superficie (apoyados o no sobre ella) de manera que *h* no modifique significativamente el resultado de R_T+*h*, el peso está bien aproximado por:

$$F_g = m\gamma \frac{M_T}{R_T^{\ 2}} = m\ g$$

El número *g* contiene a la constante de gravitación universal, a la masa de la Tierra y al cuadrado del radio medio de la Tierra. Su valor es 9,80 en unidades de m/s^2 y conocido con el nombre de aceleración de la gravedad. Ahora retomemos la discusión sobre las fuerzas a distancia. En virtud del valor de la constante de gravitación universal, sólo cuerpos muy masivos producen fuerzas apreciables sobre algún otro que pretendemos estudiar, así que la única fuerza a distancia que vamos a considerar relevante al estudiar el movimiento de objetos tales como aviones, satélites, barcos, heladeras, automóviles, personas, ruedas, etc., etc., será la que produce nuestro planeta. El punto de aplicación del peso se denomina centro de gravedad y si el cuerpo ocupa una región no muy extendida y próxima a la superficie de la tierra, tal punto coincide con el centro de masa del cuerpo. Sólo al estudiar cuerpos de masa despreciable (sogas, poleas, resortes, etc.) esta fuerza no será considerada relevante frente a otras. Si nos alejamos de la superficie terrestre distancias no despreciables frente al radio de la tierra, la atracción gravitatoria deberá ser analizada de manera particular. La característica fundamental, la que no podemos perder de vista de manera ninguna, según el contexto que hemos especificado para esta fuerza a distancia (el peso), es que es **siempre la misma** para un dado cuerpo **y está aplicada en el mismo punto del cuerpo**: módulo *mg* (*m* es la masa del cuerpo), dirección vertical y sentido hacia el centro de la tierra, punto de aplicación, el centro de gravedad (coincidente con el centro de masa si movimiento se desarrolla en las proximidades de la superficie de la tierra).

Para conocer la posición del centro de masa hay ecuaciones disponibles. También se pueden plantear las correspondientes del centro de gravedad pero son tan parecidas y su planteo es tan similar a lo que se hace para las

del centro de masa que siempre tuve la idea de que el lector termina confundiendo uno con el otro. El planteo pasa por admitir que la tierra atrae a cada partícula que compone un cuerpo (la masa de cada partícula debe ser considerada como un elemento de masa diferencial con relación a la masa del cuerpo) y buscar la resultante de las fuerzas y su punto de aplicación. ¿El lector se anima?

Segunda pregunta: ¿cuántas superficies en contacto con otro u otros cuerpos comparte el que estamos estudiando? La respuesta no es única sino que depende de cada caso en particular. Lo que es seguro es que habrá tantas fuerzas aplicadas sobre el cuerpo estudiado como superficies de contacto comparta con otros y el punto de aplicación de cada una será alguno de la superficie de contacto correspondiente. Denominaremos a estas fuerzas: fuerzas de contacto (en contraposición a las fuerzas a distancia). Lo que llamamos fuerza de contacto no es más que el modelo que nos ayuda a representar un resultado experimental cotidiano y frecuente: se trata del hecho de que dos cuerpos no pueden ocupar el mismo volumen en el mismo momento. La superficie de un cuerpo es aquélla que marca la región donde comienza a haber o deja de haber material que constituye el cuerpo. En general son formas difíciles o imposibles de expresar matemáticamente así que nos limitaremos (y mucho) a tratar casos muy sencillos e idealizados para analizar lo que pasa con las fuerzas de contacto. Sin embargo, debe destacarse que las ideas no se modificarán al considerar casos complicados.

Lo primero que tenemos que tener claro es que lo que llamamos fuerza de contacto es el resultado de una enorme cantidad de fuerzas a distancia. El lector no puede ignorar el modelo molecular de la materia ni las características de los modelos atómicos sencillos y por lo tanto no imaginará que los

átomos de la superficie de un cuerpo estarán en *contacto* con los átomos de la superficie del otro cuerpo. Tal cosa no ocurre en términos de los modelos atómicos. Pero si nos conformamos con observar los hechos de manera global sin desmenuzar lo que ocurre a pequeñísima distancia (comparada con las dimensiones de los objetos) podemos usar la palabra contacto. La propuesta de describir de manera global hechos que se suponen son una consecuencia de hechos a escalas pequeñas se denomina descripción macroscópica. Resumiendo, en el contexto de una descripción macroscópica, es adecuado y práctico describir procesos mecánicos en términos de fuerzas de contacto (además de las fuerzas a distancia).

Si el lector revisa las suposiciones que hemos hecho en relación a las fuerzas a distancia y recuerda que las leyes de la mecánica vinculan las diferentes variantes de los movimientos con las fuerzas y/o momentos de fuerzas, se dará cuenta inmediatamente que, siendo el peso de un cuerpo una "fuerza constante" (relea si le hace falta porque realmente no es así) las "diferentes variantes de los movimientos" serán consecuencia de la variedad de comportamiento en las fuerzas de contacto. De manera tal que las fuerzas de contacto se comportan de forma algo más complicada que el peso de un cuerpo y habrá que hacer experimentos que pongan de manifiesto las características de las distintas fuerzas de contacto que propongamos en estudios mecánicos.

Lo primero que se advierte es que las fuerzas de contacto no tiene una dirección típica como el peso. En general se trata de fuerzas variables según el comportamiento de las superficies en contacto. Veamos entonces qué comportamiento puede advertirse (con alguna generalidad) entre dos pequeñas superficies paralelas (de dos cuerpos) que entablan contacto. Analizaremos

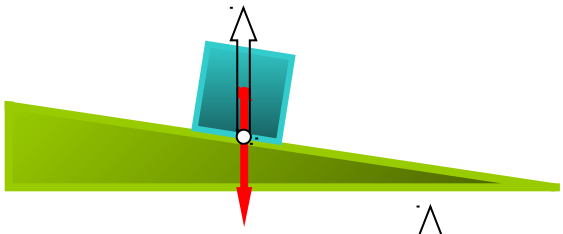
lo que eventualmente ocurre con las fuerzas en una cualquiera de las superficies ya que el principio de acción y reacción nos indica qué ocurre en la otra. La descripción la haremos en términos un poco domésticos y tratando de representar los que muchos experimentos sugieren: la fuerza de contacto que una superficie aplica sobre la otra debe ser tal que se cumplan dos objetivos. Uno es que un cuerpo no penetre en el otro y para satisfacer ese objetivo admitimos que la fuerza de contacto tiene una componente perpendicular a la superficie. El otro objetivo es que una superficie no se mueva respecto de la otra (debido al enganche entre imperfecciones de las superficies o, si son perfectas, al enlace atómico entre los componentes de ambas superficies). Para este otro objetivo admitimos como parte de la fuerza de contacto una componente paralela o contenida en la superficie que evita el movimiento relativo de ambas superficies. La primera componente que hemos propuesto se denomina componente normal de la fuerza de contacto y la segunda es conocida como componente de roce. La componente normal tiene una dirección y sentido bien establecido. Por otro lado la dirección y sentido de la componente de roce depende del eventual movimiento de una superficie respecto de la otra. Según el material y el tipo de superficie (en el sentido de rugosa o pulida o muy pulida o…) y también dependiendo de otras fuerzas aplicadas al cuerpo estudiado, la fuerza de contacto puede o no poseer componente de roce, es decir, puede ser o no inclinada respecto a la perpendicular a la superficie.

El lector ya se perdió en estas explicaciones cualitativas? Veamos algunos ejemplos para concretar lo discutido.

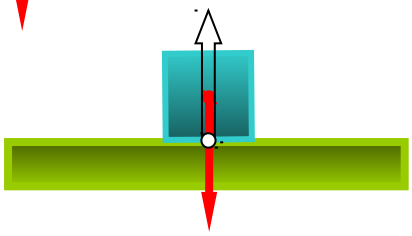
Regla general para las situaciones más frecuentes: sobre un cuerpo actúan tantas fuerzas como superficies en contacto tenga el cuerpo con otro u otros

cuerpos (y además si el cuerpo no tiene masa despreciable hay que considerar la fuerza peso).

Es práctico representar a las fuerzas de contacto por sus componentes relativas a la dirección perpendicular a la superficie de contacto y una dirección contenida en la superficie de contacto pero en los siguientes ejemplos pondremos exclusivamente a las fuerzas y no a sus componentes. Veamos…



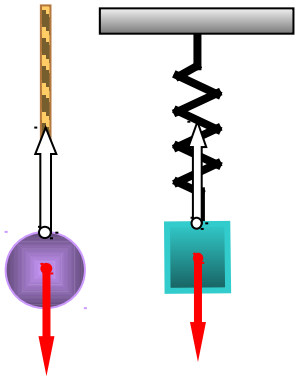
Ejemplo 1: Cuerpo en reposo sobre una mesa horizontal. Sobre este cuerpo actúan dos fuerzas: la fuerza de contacto con la mesa y el peso. El peso en dirección vertical, sentido hacia abajo y aplicado en el centro de gravedad del cuerpo. La fuerza de contacto con la mesa es una fuerza en todos los puntos de contacto de la superficie y se la sintetiza mediante una única fuerza aplicada en algún punto de la superficie. El punto de aplicación de una fuerza de contacto no es fijo sino que depende de las circunstancias. Las fuerzas de contacto se acomodan según dónde estén aplicadas otras fuerzas sobre el cuerpo y el estado de movimiento del mismo. Hemos dicho que el cuerpo está en reposo así que la fuerza de contacto se acomoda de manera de anular el peso y el momento que el peso produce. La fuerza de contacto no tiene componente de roce.



Ejemplo 2: El mismo cuerpo pero en reposo sobre una mesa no horizontal (plano inclinado). Sobre este cuerpo actúan dos fuerzas: la fuerza de contac-

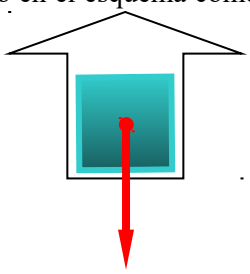
to con la mesa y el peso. Note el lector que el peso se mantiene aplicado en el centro del cuerpo y el punto de aplicación de la fuerza de contacto no está en la mitad de la superficie de contacto con la mesa. La fuerza de contacto tiene componente de roce.

Ejemplo 3: Cuerpo en reposo colgado de una soga (o de un resorte). Sobre



este cuerpo actúan dos fuerzas: la fuerza de contacto con la soga (la fuerza de contacto con el resorte) y el peso. Aquí se debe aclarar que se trata de un cuerpo en reposo, particularmente en el caso del resorte. En este caso el cuerpo ocupa una posición especial que se llama posición de equilibrio. Al apartar el cuerpo de la posición de equilibrio el peso no se altera en absoluto pero la fuerza que aplica el resorte sí. Llevando el cuerpo un poco por debajo de la posición de equilibrio la fuerza aplicada por el resorte aumenta y surge una resultante vertical hacia arriba. Por el contrario si se sube un poco el cuerpo hacia arriba de la posición de equilibrio la fuerza que aplica el resorte disminuye y aparece una resultante vertical hacia abajo. Es más, la resultante (en ambos casos) es diferente para las diferentes posiciones del cuerpo fuera de la posición de equilibrio.

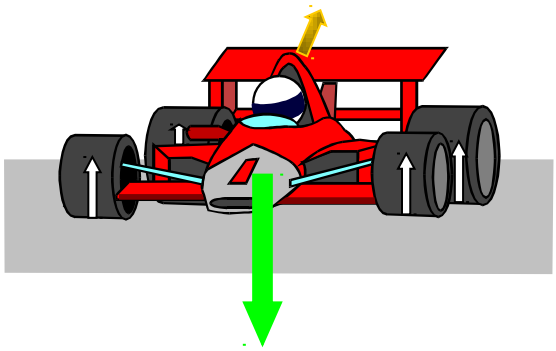
Ejemplo 4: Cuerpo cayendo en el aire. Sobre este cuerpo actúan dos fuerzas: la fuerza de contacto con el aire que se ha representado en el esquema como algo que afecta a toda la superficie del cuerpo y el peso. A la fuerza de contacto con el aire se la resume



en una única fuerza de manera que (si el cuerpo no rota) debe estar aplicada en la misma línea de acción que el peso.

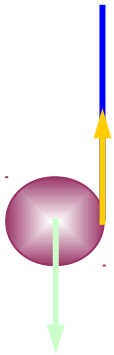
Ejemplo 6: Cuerpo cayendo en el vacío (caída libre). Sobre este cuerpo actúa una sola fuerza: el peso. ¿Cuál será la aceleración que adquiere el cuerpo es este caso particular?

Ejemplo 7: Auto moviéndose en una carretera horizontal. Sobre el auto ac-



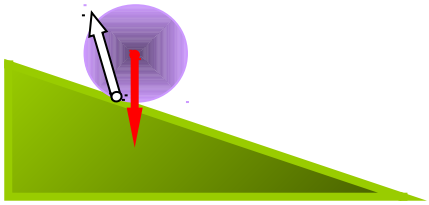
túan seis fuerzas: el peso, una fuerza sobre cada rueda (4 si el auto es común y corriente) y la de contacto con el aire que está representada sobre el alerón. ¿Se podrá despreciar la fuerza que aplica el aire sobre al auto a altas velocidades? Por otra parte, es un tratamiento esquemático ¿será posible resumir las fuerzas sobre las ruedas en una sola fuerza?

Ejemplo 8: Yo-yo: Sobre la rueda del yo-yo actúan dos fuerzas: el peso y una de contacto. El peso, como siempre, está aplicado en el centro de gravedad. La fuerza de contacto con el piolín está aplicada en un extremo del yo-yo. La intensidad de esta última depende de para dónde está acelerando el yo-yo: si cae, el peso es más intenso que la fuerza de contacto y si sube, también. En ambos

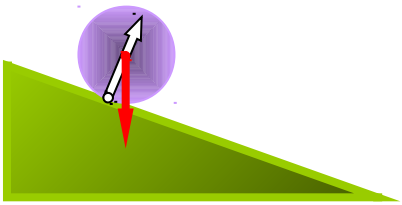


casos, el yo-yo rota de diferentes maneras con diferentes comportamientos como consecuencia del momento de fuerzas resultante.

Ejemplo 9: Un cilindro apoyado sobre un plano inclinado. En este caso debemos notar que la "superficie" de apoyo es una generatriz del cilindro. Tratándose de una sola superficie de contacto, está claro (a esta altura de los ejemplos) que sobre el cilindro hay dos fuerzas aplicadas: una fuerza de contacto y el invariable peso. El lector debe notar que el punto de aplicación de la fuerza de contacto no está incluido en la dirección del peso. Además, la inclinación de la fuerza de contacto respecto de la perpendicular al plano inclinado depende de las superficies de contacto: si entre las superficies de contacto no hay fricción o roce, la fuerza de contacto debe ser perpendicular al plano inclinado y en ese caso, su dirección pasa por el centro del cilindro; si entre las superficies hay roce, la fuerza de contacto está inclinada respecto de la normal al plano. En el esquema que se muestra se ha supuesto que hay roce entre las superficies.



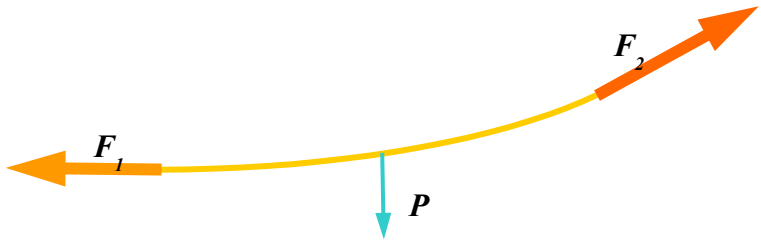
Ejemplo 10 (y último): Esfera sobre un plano inclinado. Como en el ejemplo 9, la superficie de contacto es muy particular: ahora se trata de un único punto. Las fuerzas aplicadas sobre la esfera son dos: la de contacto (en el punto de contacto) y el peso. En el esquema se supone que no hay roce entre las superficies. Note el lector que la esfera desliza sin rotar!! (recuerde que no hay fricción ninguna entre las superficies).



Un caso particular es el de los cuerpos flexibles como las cuerdas o sogas o piolines. Por contacto, este tipo de cuerpos sólo pueden tirar. Nadie empuja al perro con la correa!, dijo una vez un colega mío. La intensidad de la fuerza de contacto depende de la fuerza que se ejerce en el otro extremo de la correa y la dirección es la dirección de la correa tensa.
Supongamos un objeto delgado y flexible tipo soga que en un extremo está atado a algún cuerpo y del otro está sostenido por la mano de alguien.

Si usamos la Segunda Ley de Newton para este cuerpo (como para cualquiera que tenga masa) obtenemos:

$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{P} = m\,\boldsymbol{a}$$



donde $\boldsymbol{P}$ es el peso de la soga y $\boldsymbol{a}$ su eventual aceleración. Ahora bien, si imaginamos que la soga tiene una masa casi nula (que es lo que la mayoría de los libros indica con eso de "cuerda liviana" o "de masa despreciable"), el vector $\boldsymbol{P}$ resulta prácticamente inexistente y el producto $m\boldsymbol{a}$ es prácticamente nulo. Así, la soga pierde la forma curvada que le proporcionaba el peso y las fuerzas $\boldsymbol{F}_1$ y $\boldsymbol{F}_2$ se aproximan muy bien por vectores iguales y opuestos. De ahí, que la fuerza que aplicará la soga sobre el cuerpo a la que está atada (contrapartida de acción y reacción de $\boldsymbol{F}_1$) depende de la fuerza que está haciendo la mano ($\boldsymbol{F}_2$).

Por otra parte, el caso de objetos delgados y no flexibles como punteros, tizas, varillas, etc., es diferente: pueden ejercer fuerzas de contacto de cualquier intensidad (siempre que no se rompan) y en cualquier dirección.

Las fuerzas de contacto siempre se pueden representar en términos de una componente perpendicular a la superficie de contacto y otra con dirección contenida en la superficie de contacto. La primera, como se vio antes, se denomina componente normal (perpendicular) y la segunda, componente de roce. ¿Para dónde apunta la componente de roce de una fuerza de contacto? Repetimos: la componente de roce se propone para entender el movimiento relativo de una superficie respecto de la otra. El problema consiste en determinar el tal movimiento relativo de las superficies y una manera de averiguarlo es imaginar que no hay fricción entre las superficies para ponerlo en evidencia. Al eliminar la fricción, se advierte el movimiento relativo y así, se puede proponer el sentido de la componente de roce que hace falta para impedirlo. En cuanto a la magnitud, los experimentos indican que entre superficies que no se mueven una respecto a la otra (ver los ejemplos 1 y 2) la magnitud de la componente de roce puede variar entre 0 y un valor máximo $f_r^{máx}$. Tal valor máximo $f_r^{máx}$ (que depende del material de las superficies) es proporcional a la magnitud de la componente normal. El coeficiente de proporcionalidad se denomina coeficiente de roce estático μ_e. En términos domésticos se diría que cuanto más "apretadas" estén dos superficies, más difícil será hacerlas deslizar (interpretación corriente de la relación $f_r^{máx} = \mu_e N$)

Si en cambio, las superficies están deslizando, la magnitud de la componente de roce es constante (independiente de la velocidad relativa, en un amplio rango de velocidades) y también proporcional a la magnitud de la componente normal. En este caso la constante de proporcionalidad se denomina co-

eficiente de roce cinético μ_c. El coeficiente de roce cinético es menor que el coeficiente de roce estático.

Como hemos visto con estos ejemplos, los experimentos son las fuentes de alimentación de la Física. La interpretación de los experimentos alimenta las teorías de la Física.

Síntesis conceptual

La cantidad de movimiento $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ de una partícula es considerada una magnitud sensora de las influencias del medio sobre la partícula. La velocidad manifiesta el comportamiento de la posición de la partícula con el transcurso del tiempo en relación a algún observador y la masa de la partícula es una característica propia sin la cual el sensor no existe. Así, siendo la velocidad el resultado de algún punto de vista (el observador) se hace indispensable seleccionar observadores para los cuales el medio en el que se desarrolla el movimiento del cuerpo que se estudia, se manifieste de manera única. Se denominan observadores inerciales a aquéllos para los cuales el resultado de las observaciones les muestra que una partícula libre de las influencias del medio presenta una cantidad de movimiento constante. El Primer Principio afirma la existencia de al menos un observador inercial. Para aquellos observadores que sean inerciales, el Segundo Principio asegura que la influencia del medio, representada por la resultante de las fuerzas que los cuerpos que lo constituyen ejercen sobre el que se estudia, se traduce directamente en modificaciones de la cantidad de movimiento con el transcurso del tiempo. El Tercer Principio no sólo propone características direccionales en la manera con que dos cuerpos se influyen, sino que descarta la existencia de algún

objeto especial o privilegiado que pueda influir sobre otros de manera diferente de la que éstos pueden influir sobre él.

El momento angular se introduce como una manifestación directa del punto de vista del observador y resulta ser una magnitud vinculada al fenómeno de rotación. Si bien una discusión profunda del significado del momento angular está fuera del alcance de estos apuntes, se menciona que el momento angular incorpora a la descripción del movimiento consideraciones de simetría del espacio.

La palabra partícula se convierte en este capítulo en un concepto algo más elaborado que un modelo para describir de forma simplificada el movimiento de un cuerpo. La partícula es el elemento constituyente de los cuerpos y como tal no está constituida por otras cosas. El concepto de partícula adquiere un carácter elemental.