Los pasajeros en una montaña rusa “serpenteante” experimentan una fuerza radial hacia el centro de la pista circular y una fuerza hacia abajo debida a la gravedad. (Robin Smith/Getty Images)

6 Movimiento circular y otras aplicaciones de las leyes de Newton

En el capítulo anterior se presentaron y se aplicaron las leyes de movimiento de Newton a situaciones que suponen movimiento lineal. Ahora se analiza un movimiento que es un poco más complejo. Se aplicarán las leyes de Newton a objetos que viajan en trayectorias circulares. También se discutirá el movimiento que se observa desde un marco de referencia acelerado y el movimiento de un objeto a través de un medio viscoso. En mayor medida, este capítulo consiste en una serie de ejemplos seleccionados para ilustrar la aplicación de las leyes de Newton a varias circunstancias.

6.1 Segunda ley de Newton para una partícula en movimiento circular uniforme

En la sección 4.4 se discutió el modelo de una partícula en movimiento circular uniforme, en el que una partícula se traslada con una rapidez constante v en una trayectoria circular de radio r. La partícula experimenta una aceleración que tiene una magnitud

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

La aceleración se llama *aceleración centrípeta* porque $\vec{\mathbf{a}}_c$ se dirige hacia el centro del círculo. Además, $\vec{\mathbf{a}}_c$ *siempre* es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}$. (Si hubiera un componente de aceleración paralelo a $\vec{\mathbf{v}}$, la rapidez de la partícula cambiaría.)

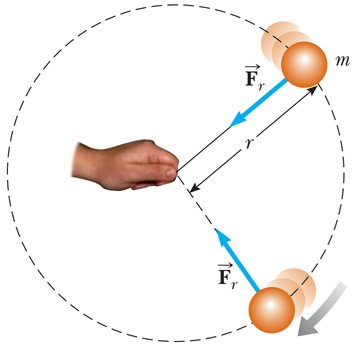


Figura 6.1 Vista superior de una bola móvil en una trayectoria circular en un plano horizontal. Una fuerza $\vec{F}_r$ dirigida hacia el centro del círculo mantiene a la bola móvil en su trayectoria circular.

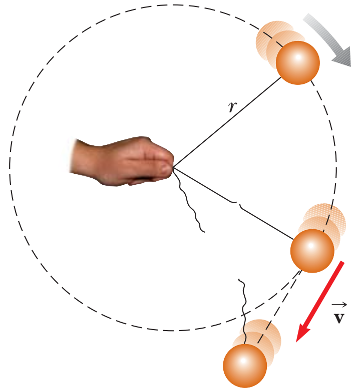


Figura 6.2 Vista superior de una bola móvil en una trayectoria circular en un plano horizontal. Cuando la cuerda se rompe, la bola se traslada en dirección tangente al círculo.

Ahora se incorpora el concepto de fuerza en la partícula en el modelo de movimiento circular uniforme. Examine una bola de masa m que se amarra a una cuerda de longitud r para hacerla girar con rapidez constante en una trayectoria circular horizontal, como se ilustra en la figura 6.1. Su peso se sostiene mediante una mesa sin fricción. ¿Por qué la bola se traslada en un círculo? De acuerdo con la primera ley de Newton, la bola se movería en una línea recta si no hubiese fuerza en ella; sin embargo, la cuerda evita el movimiento a lo largo de una línea recta al ejercer en la bola una fuerza radial $\vec{F}_r$ que la hace seguir la trayectoria circular. Esta fuerza se dirige a lo largo de la cuerda hacia el centro del círculo, como se muestra en la figura 6.1.

Si se aplica la segunda ley de Newton a lo largo de la dirección radial, la fuerza neta que causa la aceleración centrípeta se relaciona con la aceleración del modo siguiente:

Fuerza que causa aceleración centrípeta ▶

$$\sum F = ma_c = m\frac{v^2}{r} \tag{6.1}$$

Una fuerza que causa una aceleración centrípeta actúa hacia el centro de la trayectoria circular y genera un cambio en la dirección del vector velocidad. Si dicha fuerza desapareciera, el objeto ya no se movería en su trayectoria circular; en vez de ello, se movería a lo largo de una trayectoria en línea recta tangente al círculo. Esta idea se ilustra en la figura 6.2 para la bola que gira al final de una cuerda en un plano horizontal. Si la cuerda se rompe en algún instante, la bola se mueve a lo largo de la trayectoria en línea recta que es tangente al círculo en la posición de la bola en ese instante.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 6.1

Dirección de viaje cuando la cuerda se corta

Estudie la figura 6.2 con atención. Muchos estudiantes (de manera errónea) piensan que la bola se moverá *radialmente*, alejándose del centro del círculo cuando la cuerda se corte. La velocidad de la bola es *tangente* al círculo. Por la primera ley de Newton, la bola continúa móvil en la misma dirección en la que se movía justo cuando desaparece la fuerza de la cuerda.

Pregunta rápida 6.1 Usted viaja en una rueda de la fortuna que gira con rapidez constante. La cabina en la que viaja siempre mantiene su orientación correcta hacia arriba; no se invierte. **i)** ¿Cuál es la dirección de la fuerza normal sobre usted desde el asiento cuando está en lo alto de la rueda? a) hacia arriba, b) hacia abajo, c) imposible de determinar. **ii)** De las mismas opciones, ¿cuál es la dirección de la fuerza neta sobre usted cuando está en lo alto de la rueda?

EJEMPLO 6.1 El péndulo cónico

Una pequeña bola de masa m se suspende de una cuerda de longitud L. La bola da vueltas con rapidez constante v en un círculo horizontal de radio r, como se muestra en la figura 6.3. (Puesto que la cuerda hace un recorrido de la superficie en forma de cono, el sistema se conoce como *péndulo cónico*.) Encuentre una expresión para v.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Examine el movimiento de la bola en la figura 6.3a y observe que la cuerda hace un recorrido en cono y que la bola se mueve en círculo.

Categorizar La bola en la figura 6.3 no tiene aceleración vertical. Debido a eso, se le modela como una partícula en equilibrio respecto de la dirección vertical. Experimenta una aceleración centrípeta en la dirección horizontal, de modo que se le modela como una partícula en movimiento circular uniforme en esta dirección.

Analizar Sea θ la representación del ángulo entre la cuerda y la vertical. En el diagrama de cuerpo libre que se muestra en la figura 6.3b, la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda se resuelve en una componente vertical $T\cos\theta$ y una componente horizontal $T\,\mathrm{sen}\,\theta$ que actúa hacia el centro de la trayectoria circular.

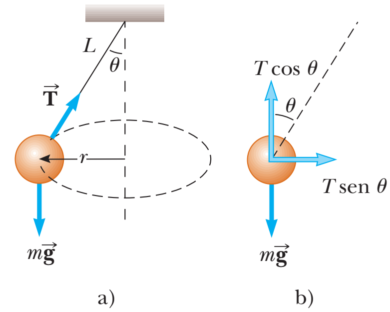


Figura 6.3 (Ejemplo 6.1) a) Péndulo cónico. La trayectoria del objeto es un círculo horizontal. b) Diagrama de cuerpo libre para el objeto.

Aplique el modelo de partícula en equilibrio en la dirección vertical:

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$

$$1)\quad T\cos\theta = mg$$

Use la ecuación 6.1 para expresar la fuerza que proporciona la aceleración centrípeta en la dirección horizontal:

$$2)\quad \sum F_x = T\,\mathrm{sen}\,\theta = ma_c = \frac{mv^2}{r}$$

Divida la ecuación 2) entre la ecuación 1) y use $\mathrm{sen}\,\theta/\cos\theta = \tan\theta$:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

Resuelva para v:

$$v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

Incorpore $r = L\,\mathrm{sen}\,\theta$ a partir de la geometría a la figura 6.3a:

$$v = \boxed{\sqrt{Lg\,\mathrm{sen}\,\theta\tan\theta}}$$

Finalizar Note que la rapidez es independiente de la masa de la bola. Considere lo que ocurre cuando θ va a 90° de modo que la cuerda es horizontal. Puesto que la tangente de 90° es infinita, la rapidez v es infinita, lo que dice que la cuerda posiblemente no es horizontal. Si lo fuese, no habría componente vertical de la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ para equilibrar la fuerza gravitacional en la bola. Por esta razón se mencionó en la figura 6.1 que el peso de la bola se sostiene mediante una mesa sin fricción.

EJEMPLO 6.2 ¿Qué tan rápido puede girar?

Una bola de 0.500 kg de masa se une al extremo de una cuerda de 1.50 m de largo. La bola da vueltas en un círculo horizontal como se muestra en la figura 6.1. Si la cuerda resiste una tensión máxima de 50.0 N, ¿cuál es la máxima rapidez a la que gira la bola antes de que se rompa la cuerda? Suponga que la cuerda permanece horizontal durante el movimiento.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Tiene sentido que, mientras más fuerte sea la cuerda, más rápido gira la bola antes de que la cuerda se rompa. Además, se espera que una bola con mayor masa rompa la cuerda a una rapidez más baja. (¡Imagine girar una bola de boliche en la cuerda!)

Categorizar Puesto que la bola se mueve en una trayectoria circular, se le modela como una partícula en movimiento circular uniforme.

Analizar Incorpore la tensión y la aceleración centrípeta en la segunda ley de Newton:

$$T = m\frac{v^2}{r}$$

Resuelva para v:

$$1)\quad v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

Encuentre la rapidez máxima que puede tener la bola, que corresponde a la tensión máxima que la cuerda resiste:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{T_{\text{máx}} r}{m}} = \sqrt{\frac{(50.0 \text{ N})(1.50 \text{ m})}{0.500 \text{ kg}}} = \boxed{12.2 \text{ m/s}}$$

Finalizar La ecuación 1) muestra que v aumenta con T y disminuye con m más grande, como se espera de la conceptualización del problema.

¿Qué pasaría si? Suponga que la bola gira en un círculo de mayor radio a la misma rapidez v. ¿Es más o menos probable que la cuerda se rompa?

Respuesta El radio más grande significa que el cambio en la dirección del vector velocidad será más pequeño en un intervalo de tiempo dado. Por ende, la aceleración es más pequeña y la tensión requerida en la cuerda es más pequeña. Como resultado, es menos probable que la cuerda se rompa cuando la bola viaja en un círculo de radio más grande.

EJEMPLO 6.3 ¿Cuál es la máxima rapidez del automóvil?

Un automóvil de 1 500 kg, se traslada sobre una curva, plana horizontal como se muestra en la figura 6.4a. Si el radio de la curva es 35.0 m y el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el pavimento seco es 0.523, encuentre la rapidez máxima que alcanza el automóvil y aún así da la vuelta exitosamente.

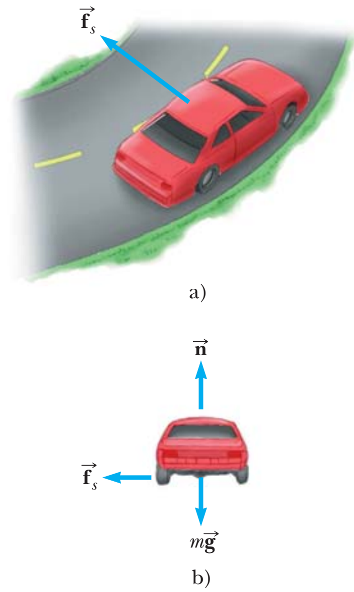


Figura 6.4 (Ejemplo 6.3) a) La fuerza de fricción estática dirigida hacia el centro de la curva mantiene al automóvil en movimiento en una trayectoria circular. b) Diagrama de cuerpo libre para el automóvil.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere que la autopista curva es parte de un gran círculo, de modo que el automóvil se traslada en una trayectoria circular.

Categorizar Respecto a la etapa conceptualizar del problema, el automóvil se modela como una partícula en movimiento circular uniforme en la dirección horizontal. El automóvil no acelera verticalmente, de modo que se modela como una partícula en equilibrio en la dirección vertical.

Analizar La fuerza que le permite al automóvil permanecer en su trayectoria circular es la fuerza de fricción estática. (Es *estática* porque no ocurre deslizamiento en el punto de contacto entre camino y llantas. Si esta fuerza de fricción estática fuese cero —por ejemplo, si el automóvil estuviese sobre un camino congelado— el automóvil continuaría en una línea recta y se deslizaría hasta salir del camino.) La rapidez máxima $v_{\text{máx}}$ que puede tener el automóvil alrededor de la curva es la rapidez a la que está a punto de derrapar hacia afuera. En este punto, la fuerza de fricción tiene su valor máximo $f_{s,\,\text{máx}} = \mu_s n$.

Aplique la ecuación 6.1 en la dirección radial para la condición de rapidez máxima:

$$1) \quad f_{s,\text{máx}} = \mu_s n = m\frac{v_{\text{máx}}^2}{r}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al automóvil en la dirección vertical:

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad n - mg = 0 \quad \rightarrow \quad n = mg$$

Resuelva la ecuación 1) para la rapidez máxima y sustituya para n:

$$2) \quad v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{\mu_s n r}{m}} = \sqrt{\frac{\mu_s m g r}{m}} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$= \sqrt{(0.523)(9.80 \text{ m/s}^2)(35.0 \text{ m})} = \boxed{13.4 \text{ m/s}}$$

Finalizar Esta rapidez es equivalente a 30.0 mi/h. Por lo tanto, este camino podría beneficiarse enormemente de cierto peralte, ¡como en el ejemplo siguiente! Advierta que la rapidez máxima no depende de la masa del automóvil, razón por la cual las autopistas curvas no requieren múltiples límites de rapidez para cubrir las varias masas de los vehículos que usan el camino.

¿Qué pasaría si? Suponga que un automóvil viaja por esta curva en un día húmedo y comienza a derrapar en la curva cuando su rapidez llega sólo a 8.00 m/s. ¿Qué se puede decir acerca del coeficiente de fricción estática en este caso?

Respuesta El coeficiente de fricción estática entre las llantas y el camino húmedo debe ser menor que el existente entre las llantas y un camino seco. Esta expectativa concuerda con la experiencia de conducir, porque un derrape es más probable en un camino húmedo que en un camino seco.

Para comprobar la sospecha, se puede resolver la ecuación (2) para el coeficiente de fricción estática:

$$\mu_s = \frac{v_{\text{máx}}^2}{gr}$$

Al sustituir los valores numéricos se obtiene

$$\mu_s = \frac{v_{\text{máx}}^2}{gr} = \frac{(8.00 \text{ m/s})^2}{(9.80 \text{ m/s}^2)(35.0 \text{ m})} = 0.187$$

que de hecho es más pequeño que el coeficiente de 0.523 para el camino seco.

EJEMPLO 6.4 La autopista peraltada

Un ingeniero civil quiere rediseñar la curva de la autopista del ejemplo 6.3 en tal forma que un automóvil no tenga que depender de la fricción para circular la curva sin derrapar. En otras palabras, un automóvil que se traslada a la rapidez diseñada puede superar la curva incluso cuando el camino esté cubierto con hielo. Dicha rampa será *peraltada*, lo que significa que la carretera está inclinada hacia el interior de la curva. Suponga que la rapidez diseñada para la rampa es 13.4 m/s (30.0 mi/h) y el radio de la curva es 35.0 m. ¿Cuál es el ángulo de peralte?

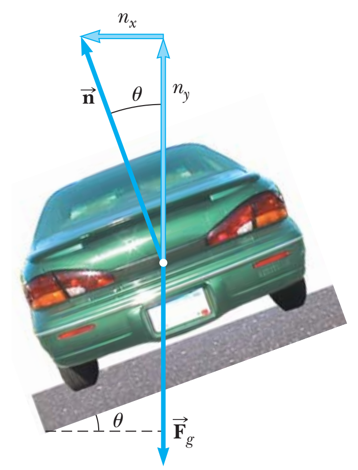


Figura 6.5 (Ejemplo 6.4) Un automóvil que recorre una curva sobre un camino peraltado a un ángulo θ con la horizontal. Cuando la fricción es despreciable, la fuerza que causa la aceleración centrípeta y mantiene al automóvil en movimiento en su trayectoria circular es la componente horizontal de la fuerza normal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La diferencia entre este ejemplo y el ejemplo 6.3 es que el automóvil ya no se mueve en una carretera plana. La figura 6.5 muestra la carretera peraltada, con el centro de la trayectoria circular del automóvil lejos hacia la izquierda de la figura. Observe que el componente horizontal de la fuerza normal participa en la generación de la aceleración centrípeta del automóvil.

Categorizar Como en el ejemplo 6.3, el automóvil se modela como una partícula en equilibrio en la dirección vertical y una partícula en movimiento circular uniforme en la dirección horizontal.

Analizar En un camino a nivel (sin peralte), la fuerza que causa la aceleración centrípeta es la fuerza de fricción estática entre el automóvil y el camino, como se vio en el ejemplo precedente. Sin embargo, si el camino está peraltado en un ángulo θ, como en la figura 6.5, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ tiene una componente horizontal hacia el centro de la curva. Puesto que la rampa se diseña de modo que la fuerza de fricción estática sea cero, sólo la componente $n_x = n \operatorname{sen} \theta$ causa la aceleración centrípeta.

Escriba la segunda ley de Newton para el automóvil en la dirección radial, que es la dirección x:

$$1) \quad \sum F_r = n \operatorname{sen} \theta = \frac{mv^2}{r}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al automóvil en la dirección vertical:

$$\sum F_y = n \cos \theta - mg = 0$$

$$2) \quad n \cos \theta = mg$$

Divida la ecuación 1) entre la ecuación 2):

$$3) \quad \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

Resuelva para el ángulo θ:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(13.4 \text{ m/s})^2}{(35.0 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)}\right) = 27.6°$$

Finalizar La ecuación 3) muestra que el ángulo de peralte es independiente de la masa del vehículo que entra a la curva. Si un automóvil recorre la curva con una rapidez menor que 13.4 m/s, se necesita fricción para evitar que se deslice por el peralte (hacia la izquierda en la figura 6.5). Un conductor que intente superar la curva a una rapidez mayor que 13.4 m/s tiene que depender de la fricción para evitar que derrape afuera del peralte (hacia la derecha en la figura 6.5).

¿Qué pasaría si? Imagine que en el futuro esta misma carretera se construye en Marte para conectar diferentes centros coloniales. ¿Es posible recorrerla con la misma rapidez?

Respuesta La reducida fuerza gravitacional de Marte significaría que el automóvil no presiona tan fuertemente con la carretera. La reducida fuerza normal da como resultado una componente más pequeña de la fuerza normal hacia el centro del círculo. Esta componente más pequeña no sería suficiente para proporcionar la aceleración centrípeta asociada con la rapidez original. La aceleración centrípeta se debe reducir, lo que se logra al reducir la rapidez v.

En términos matemáticos, advierta que la ecuación (3) muestra que la rapidez v es proporcional a la raíz cuadrada de g para una carretera de radio fijo r peraltada en un ángulo fijo θ. Por lo tanto, si g es más pequeña, como lo es en Marte, la rapidez v con que la autopista se puede recorrer con seguridad también es más pequeña.

EJEMPLO 6.5 ¡A hacer el rizo!

Un piloto de masa m en un avión jet ejecuta un rizo, como se muestra en la figura 6.6a. En esta maniobra, el avión se mueve en un círculo vertical de 2.70 km de radio con una rapidez constante de 225 m/s.

A) Determine la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto en la parte inferior del rizo. Exprese su respuesta en términos del peso del piloto mg.

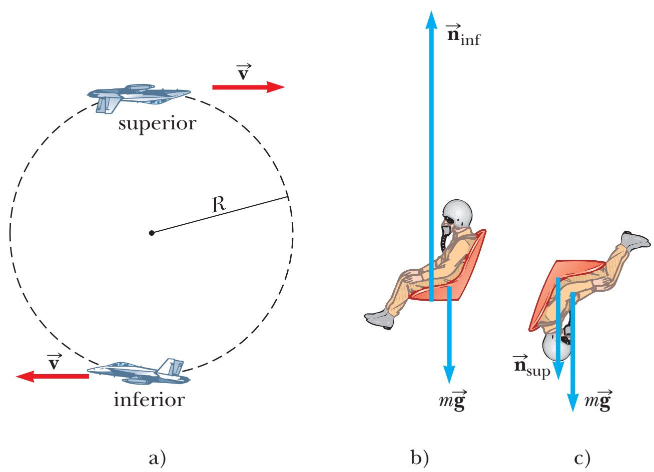


Figura 6.6 (Ejemplo 6.5) a) Un avión ejecuta un rizo mientras se mueve en un círculo vertical con rapidez constante. b) Diagrama de cuerpo libre del piloto en la parte inferior del rizo. En esta posición, el piloto experimenta un peso aparente mayor que su peso verdadero. c) Diagrama de cuerpo libre para el piloto en la parte superior del rizo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Observe con atención la figura 6.6a. En función con la experiencia al conducir sobre pequeñas colinas en el camino o al viajar en lo alto de una rueda de la fortuna, usted esperaría sentirse más ligero en lo alto de la trayectoria. De igual modo, esperaría sentirse más pesado en la parte inferior de la trayectoria. En la parte inferior del rizo, las fuerzas normal y gravitacional sobre el piloto actúan en direcciones *opuestas*, mientras que en la parte superior del rizo estas dos fuerzas actúan en la *misma* dirección. La suma vectorial de estas dos fuerzas proporciona una fuerza de magnitud constante que mantiene al piloto móvil en una trayectoria circular con una rapidez constante. Para producir vectores de fuerza neta con la misma magnitud, la fuerza normal en la parte inferior debe ser mayor que en la parte superior.

Categorizar Ya que la rapidez del avión es constante (¿cuán probable es esto?), se puede clasificar este problema como una partícula (el piloto) en movimiento circular uniforme, complicado por la fuerza gravitacional que actúa en todo momento sobre el avión.

Analizar Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el piloto en la parte inferior del rizo, como se muestra en la figura 6.6b. Las únicas fuerzas que actúan sobre él son la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ y la fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{n}}_{\text{inf}}$ que ejerce el asiento. La fuerza neta hacia arriba sobre el piloto, que proporciona su aceleración centrípeta, tiene una magnitud $n_{\text{inf}} - mg$.

Aplique la segunda ley de Newton al piloto en la dirección radial:

$$\sum F = n_{\text{inf}} - mg = m\frac{v^2}{r}$$

Resuelva para la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto:

$$n_{\text{inf}} = mg + m\frac{v^2}{r} = mg\left(1 + \frac{v^2}{rg}\right)$$

Sustituya los valores dados para la rapidez y el radio:

$$n_{\text{inf}} = mg\left(1 + \frac{(225\text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3\text{ m})(9.80\text{ m/s}^2)}\right)$$

$$= \boxed{2.91\,mg}$$

Por tanto, la magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{n}}_{\text{inf}}$ que ejerce el asiento sobre el piloto es *mayor* que el peso del piloto por un factor de 2.91. De este modo, el piloto experimenta un peso aparente que es mayor que su peso verdadero en un factor de 2.91.

B) Resolver para la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto en la parte superior del rizo.

SOLUCIÓN

Analizar En la figura 6.6c se muestra el diagrama de cuerpo libre para el piloto en la parte superior del rizo. Como ya se notó, tanto la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra como la fuerza $\vec{\mathbf{n}}_{\text{sup}}$ que ejerce el asiento sobre el piloto actúan hacia abajo, de modo que la fuerza neta hacia abajo que proporciona la aceleración centrípeta tiene una magnitud $n_{\text{sup}} + mg$.

Aplique la segunda ley de Newton al piloto en esta posición:

$$\sum F = n_{\text{sup}} + mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{sup}} = m\frac{v^2}{r} - mg = mg\left(\frac{v^2}{rg} - 1\right)$$

$$n_{\text{sup}} = mg\left(\frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)} - 1\right)$$

$$= \boxed{0.913mg}$$

En este caso, la magnitud de la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto es *menor* que su peso verdadero en un factor de 0.913, y el piloto se siente más ligero.

Finalizar Las variaciones en la fuerza normal son coherentes con la predicción en la etapa conceptualizar del problema.

6.2 Movimiento circular no uniforme

En el capítulo 4 se encontró que, si una partícula se mueve con rapidez variable en una trayectoria circular, existe, además de la componente radial de aceleración, una componente tangencial que tiene magnitud $|dv/dt|$. En consecuencia, la fuerza que actúa sobre la partícula también debe tener una componente tangencial y radial. Ya que la aceleración total es $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_r + \vec{\mathbf{a}}_t$, la fuerza total que se ejerce sobre la partícula es $\sum \vec{\mathbf{F}} = \sum \vec{\mathbf{F}}_r + \sum \vec{\mathbf{F}}_t$, como se muestra en la figura 6.7. (Las fuerzas radial y tangencial se expresan como fuerzas netas con la notación suma porque cada fuerza podría consistir en múltiples fuerzas que se combinan.) El vector $\sum \vec{\mathbf{F}}_r$ se dirige hacia el centro del círculo y es responsable de la aceleración centrípeta. El vector $\sum \vec{\mathbf{F}}_t$ tangente al círculo es responsable de la aceleración tangencial, que representa un cambio en la rapidez de la partícula con el tiempo.

Pregunta rápida 6.2 Una cuenta se desliza libremente, con rapidez constante, a lo largo de un alambre curvo que se encuentra sobre una superficie horizontal, como se muestra en la figura 6.8. a) Dibuje los vectores que representan la fuerza que ejerce el alambre sobre la cuenta en los puntos Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ. b) Suponga que la cuenta de la figura 6.8 aumenta de velocidad con aceleración tangencial constante mientras se mueve hacia la derecha. Dibuje los vectores que representan la fuerza sobre la cuenta en los puntos Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ.

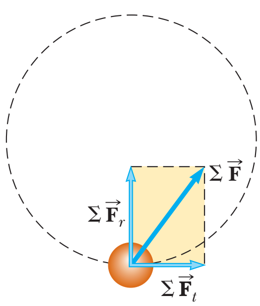


Figura 6.7 Cuando la fuerza neta que actúa sobre una partícula móvil en una trayectoria circular tiene una componente tangencial ΣF_t, la rapidez de la partícula cambia. La fuerza neta que se ejerce sobre la partícula en este caso es la suma vectorial de la fuerza radial y la fuerza tangencial. Esto es, $\Sigma \vec{\mathbf{F}} = \Sigma \vec{\mathbf{F}}_r + \Sigma \vec{\mathbf{F}}_t$.

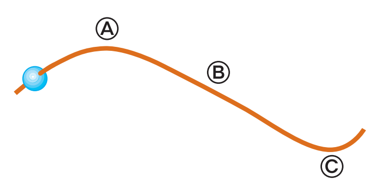


Figura 6.8 (Pregunta rápida 6.2) Una cuenta se desliza a lo largo de un alambre curvo.

EJEMPLO 6.6 Mantenga los ojos en la bola

Una pequeña esfera de masa *m* se une al extremo de una cuerda de longitud *R* y se pone en movimiento en un círculo *vertical* en torno a un punto fijo *O*, como se ilustra en la figura 6.9. Determine la tensión en la cuerda en cualquier instante cuando la rapidez de la esfera sea *v* y la cuerda forme un ángulo θ con la vertical.

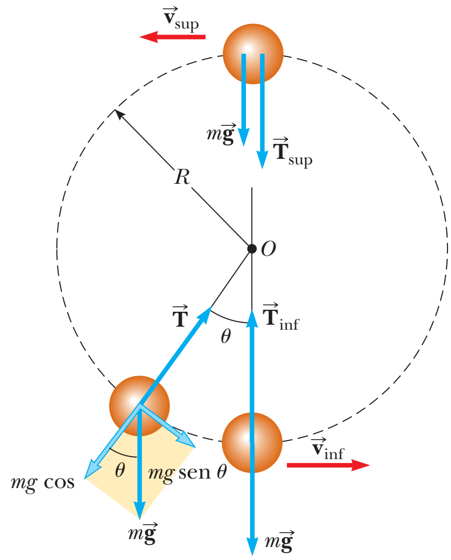


Figura 6.9 (Ejemplo 6.6) Fuerzas que actúan sobre una esfera de masa *m* conectada a una cuerda de longitud *R* y que gira en un círculo vertical con centro en *O*. Las fuerzas que actúan sobre la esfera se muestran cuando la esfera está en la parte superior e inferior del círculo y en una posición arbitraria.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Compare el movimiento de la esfera en la figura 6.9 con la del avión en la figura 6.6a asociada con el ejemplo 6.5. Ambos objetos viajan en una trayectoria circular. Sin embargo, a diferencia del avión en el ejemplo 6.5, la rapidez de la esfera *no* es uniforme en este ejemplo porque, en la mayoría de los puntos a lo largo de la trayectoria, la fuerza gravitacional que se ejerce sobre la esfera surge una componente tangencial de aceleración.

Categorizar La esfera se modela como una partícula bajo una fuerza neta y móvil en una trayectoria circular, pero no es una partícula en movimiento circular *uniforme*. Es necesario usar las técnicas contenidas en esta sección acerca del movimiento circular no uniforme.

Analizar A partir del diagrama de cuerpo libre en la figura 6.9, se ve que las únicas fuerzas que actúan sobre la esfera son la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ que ejerce la Tierra y la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda. Se descompone $\vec{\mathbf{F}}_g$ en una componente tangencial mg sen θ y otra componente radial $mg \cos \theta$.

Aplique la segunda ley de Newton a la esfera en la dirección tangencial:

$$\sum F_t = mg \operatorname{sen} \theta = ma_t$$

$$a_t = g \operatorname{sen} \theta$$

Aplique la segunda ley de Newton a las fuerzas que actúan sobre la esfera en la dirección radial y note que tanto $\vec{\mathbf{T}}$ como $\vec{\mathbf{a}}_r$ se dirigen hacia O:

$$\sum F_r = T - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \boxed{mg\left(\frac{v^2}{Rg} + \cos \theta\right)}$$

Finalizar Evalúe este resultado en las partes superior e inferior de la trayectoria circular (figura 6.9):

$$T_{\text{sup}} = mg\left(\frac{v_{\text{sup}}^2}{Rg} - 1\right) \qquad T_{\text{inf}} = mg\left(\frac{v_{\text{inf}}^2}{Rg} + 1\right)$$

Estos resultados tienen la misma forma matemática que las fuerzas normales n_{sup} y n_{inf} sobre el piloto en el ejemplo 6.5, que es consistente con la fuerza normal sobre el piloto, que juega el mismo papel físico en el ejemplo 6.5 que la tensión en la cuerda juega en este ejemplo. No obstante, tenga en mente que v en las expresiones anteriores varía para diferentes posiciones de la esfera, como se indica mediante los subíndices, mientras v en el ejemplo 6.5 es constante.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la bola se pone en movimiento con una rapidez menor? a) ¿Qué rapidez tendría la bola mientras pasa sobre la parte superior del círculo si la tensión en la cuerda tiende a cero instantáneamente en este punto?

Respuesta Sea la tensión igual a cero en la expresión para T_{sup}:

$$0 = mg\left(\frac{v_{\text{sup}}^2}{Rg} - 1\right) \quad \rightarrow \quad v_{\text{sup}} = \sqrt{gR}$$

¿Qué sucedería si la bola se pone en movimiento de tal modo que la rapidez en la parte superior sea menor que este valor? ¿Qué ocurre?

Respuesta En este caso, la bola nunca llega a la parte superior del círculo. En algún punto en el camino hacia arriba, la tensión en la cuerda va a cero y la bola se convierte en un proyectil. Sigue un segmento de una trayectoria parabólica sobre la parte superior de su movimiento, y se vuelve a incorporar a la trayectoria circular en el otro lado cuando la tensión se vuelve distinta de cero nuevamente.

6.3 Movimiento en marcos acelerados

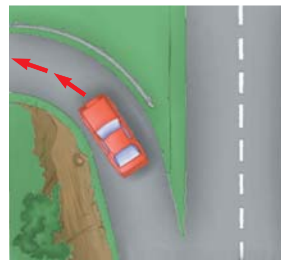
Las leyes de movimiento de Newton, que se presentaron en el capítulo 5, describen observaciones que se realizan en un marco de referencia inercial. En esta sección se analiza cómo son aplicadas las leyes de Newton por un observador en un marco de referencia inercial, es decir, en uno que acelera. Por ejemplo, recuerde la discusión de la mesa de hockey de aire en un tren en la sección 5.2. El tren móvil con velocidad constante representa un marco inercial. Un observador en el tren ve que el disco en reposo permanece en reposo, y parece obedecer la primera ley de Newton. El tren que acelera no es un marco inercial. De acuerdo con usted, como el observador en este tren, parece no haber fuerza sobre el disco, y sin embargo acelera desde el reposo hacia la parte trasera del tren, lo que parece violar la primera ley de Newton. Esta es una propiedad general de las observaciones realizadas en marcos no inerciales: parece haber aceleraciones no explicadas de los objetos que no están "amarrados" al marco. Desde luego, la primera ley de Newton no se viola. Sólo *parece* violarse debido a las observaciones hechas en un marco no inercial. En general, la dirección de la aceleración inexplicable es opuesta a la dirección de la aceleración del marco no inercial.

En el tren que acelera, mientras observa al disco acelerar hacia la parte trasera del tren, puede concluir, respecto a su creencia en la segunda ley de Newton, que una fuerza actuó sobre el disco para hacerlo acelerar. A una fuerza aparente como ésta se le llama **fuerza ficticia** porque se debe a un marco de referencia acelerado. Una fuerza ficticia parece actuar sobre un objeto de la misma manera que una fuerza real. Sin embargo, las fuerzas reales siempre interactúan entre dos objetos, y usted no puede identificar un segundo objeto para una fuerza ficticia. (¿Cuál segundo objeto interactúa con el disco para hacerlo acelerar?)

El ejemplo del tren describe una fuerza ficticia debido a un cambio en la rapidez del tren. Otra fuerza ficticia se debe al cambio en la *dirección* del vector velocidad. Para comprender el movimiento de un sistema que no es inercial debido a un cambio en dirección, examine un automóvil que viaja a lo largo de una autopista con gran rapidez y se aproxima a una rampa de salida curva, como se muestra en la figura 6.10a. A medida que el automóvil toma la cerrada curva izquierda en la rampa, una persona que se sienta en el lado del copiloto se desliza hacia la derecha y golpea la puerta. En dicho punto la fuerza que ejerce la puerta sobre la copiloto evita que salga expulsada del automóvil. ¿Qué la impulsa hacia la puerta? Una explicación popular, pero incorrecta, es que una fuerza que actúa hacia la derecha en la figura 6.10b la empuja hacia afuera desde el centro de la trayectoria circular. Aunque con frecuencia se le llama "fuerza centrífuga", es una fuerza ficticia debida a la aceleración centrípeta asociada con la dirección cambiante del vector velocidad del automóvil. (El conductor también experimenta este efecto pero sabiamente se sostiene del volante para evitar deslizarse hacia la derecha.)

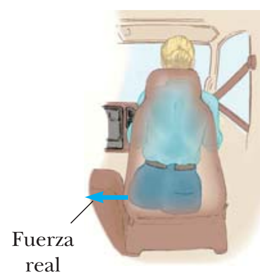
La explicación correcta del fenómeno es la siguiente: antes de que el automóvil entre a la rampa, la copiloto es móvil en una trayectoria en línea recta. A medida que el automóvil entra a la rampa y recorre una trayectoria curva, la copiloto tiende a moverse a lo largo de la trayectoria recta original, lo que está en concordancia con la primera ley de Newton: la tendencia natural de un objeto es continuar móvil en una línea recta. No obstante, si una fuerza suficientemente grande (hacia el centro de curvatura) actúa sobre ella, como en la figura 6.10c, ella se mueve en una trayectoria curva junto con el automóvil. Esta es la fuerza de fricción entre ella y el asiento del automóvil. Si esta fuerza de fricción no es suficientemente grande, el asiento sigue una trayectoria curva mientras la pasajera continúa en la trayectoria en línea recta del automóvil antes de que el automóvil comience a girar. Por lo tanto, desde el punto de vista de un observador en el automóvil, la pasajera se desliza hacia la derecha en relación con el asiento. Al final, ella encuentra la puerta, que proporciona una fuerza suficientemente grande para permitirle seguir la misma trayectoria curva que el automóvil. Ella se desliza hacia la puerta no a causa de una fuerza exterior sino porque **la fuerza de fricción no es suficientemente grande para permitirle viajar a lo largo de la trayectoria circular seguida por el automóvil.**

Otra interesante fuerza ficticia es la "fuerza de Coriolis". Es una fuerza aparente causada al cambiar la posición radial de un objeto en un sistema coordenado en rotación.



a)

b)



c)

Figura 6.10 a) Un automóvil se aproxima a una rampa de salida curva. ¿Qué hace que una pasajera en el asiento de adelante se mueva hacia la puerta derecha? b) Desde el marco de referencia de la pasajera, una fuerza parece empujarla hacia la puerta derecha, pero es una fuerza ficticia. c) En relación con el marco de referencia de la Tierra, el asiento aplica una fuerza real hacia la izquierda sobre la pasajera, lo que hace que ella cambie de dirección junto con el resto del automóvil.

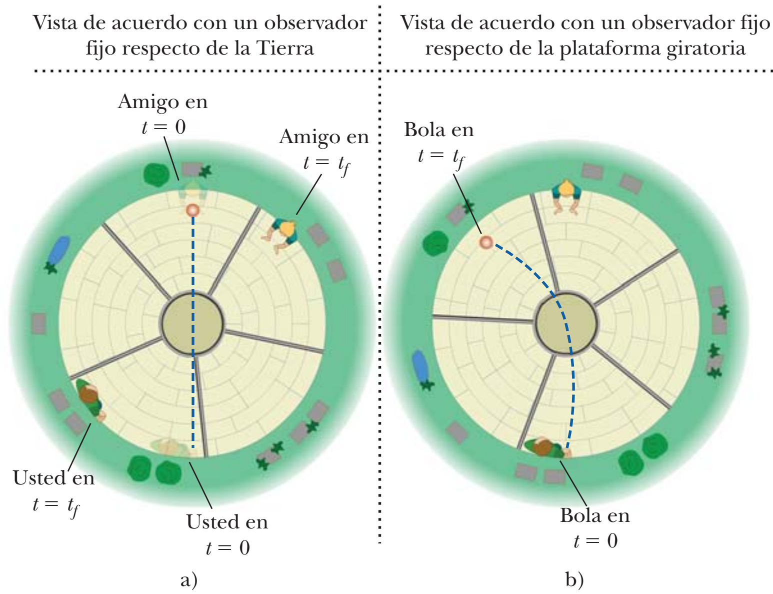


Figura 6.11 a) Usted y su amigo se sientan en el borde de una plataforma giratoria. En esta vista superior que observa alguien en un marco de referencia inercial unido a la Tierra, usted lanza la bola en $t = 0$ en la dirección de su amigo. En el tiempo t_f, cuando la bola llega al otro lado de la plataforma giratoria, su amigo ya no está ahí para atraparla. De acuerdo con este observador, la bola sigue una trayectoria en línea recta, consistente con las leyes de Newton. b) Desde el punto de vista de su amigo, la bola vira a un lado durante su vuelo. Su amigo introduce una fuerza ficticia que causa esta desviación de la trayectoria esperada. Esta fuerza ficticia se llama "fuerza de Coriolis".

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 6.2
Fuerza centrífuga

"Fuerza centrífuga" es un concepto comúnmente escuchado, que se describe como una fuerza que jala *hacia afuera* sobre un objeto móvil en una trayectoria circular. Si usted siente una "fuerza centrífuga" cuando está en un carrusel, ¿cuál es el otro objeto con el que interactúa? No es capaz de identificar otro objeto porque es una fuerza ficticia que ocurre debido a que usted está en un marco de referencia no inercial.

Por ejemplo, suponga que usted y un amigo están en lados opuestos de una plataforma circular giratoria y decide lanzar una bola de beisbol a su amigo. La figura 6.11a representa lo que un observador vería si contempla la bola mientras flota en el aire en reposo sobre la plataforma giratoria. De acuerdo con este observador, quien está en un marco inercial, la bola sigue una línea recta de acuerdo con la primera ley de Newton. En $t = 0$ usted lanza la bola hacia su amigo, pero en el tiempo t_f cuando la bola cruza la plataforma, su amigo se movió a una posición nueva. Sin embargo, ahora considere la situación desde el punto de vista de su amigo. Su amigo está en un marco de referencia no inercial porque experimenta una aceleración centrípeta en relación con el marco inercial de la superficie de la Tierra. Comienza a ver la bola que se aproxima hacia él pero, conforme cruza la plataforma, vira a un lado como se muestra en la figura 6.11b. Por lo tanto, su amigo en la plataforma giratoria afirma que la bola no obedece la primera ley de Newton y dice que una fuerza es la causante de que la bola siga una trayectoria curva. Esta fuerza ficticia se llama fuerza de Coriolis.

Las fuerzas ficticias pueden no ser fuerzas reales, pero tienen efectos reales. Un objeto en el tablero de su automóvil *realmente* se desliza si usted pisa el acelerador de su vehículo. Mientras viaja en un carrusel, siente que lo empujan hacia afuera como si se debiese a la ficticia "fuerza centrífuga". Es probable que usted caiga y se lesione debido a la fuerza de Coriolis si camina a lo largo de una línea radial mientras un carrusel gira. (Uno de los autores lo hizo y sufrió separación de ligamentos en las costillas cuando cayó.) La fuerza de Coriolis debida a la rotación de la Tierra es responsable de los giros de los huracanes y de las corrientes oceánicas a gran escala.

Pregunta rápida 6.3 Considere a la pasajera en el automóvil que da vuelta a la izquierda en la figura 6.10. ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta en relación con las fuerzas en la dirección horizontal si ella hace contacto con la puerta derecha? a) La pasajera está en equilibrio entre fuerzas reales que actúan hacia la derecha y fuerzas reales que actúan hacia la izquierda. b) La pasajera está expuesta sólo a fuerzas reales que actúan hacia la derecha. c) La pasajera está dependiente sólo a fuerzas reales que actúan hacia la izquierda. d) Ninguno de estos enunciados es verdadero.

EJEMPLO 6.7 Fuerzas ficticias en movimiento lineal

Una pequeña esfera de masa m cuelga mediante una cuerda del techo de un vagón que acelera hacia la derecha, como se muestra en la figura 6.12. El observador no inercial en la figura 6.12b afirma que una fuerza, que se sabe es ficticia, provoca la desviación de la cuerda de la vertical que observa. ¿Cómo se relaciona la magnitud de esta fuerza con la aceleración del vagón medida por la observadora inercial en la figura 6.12a?

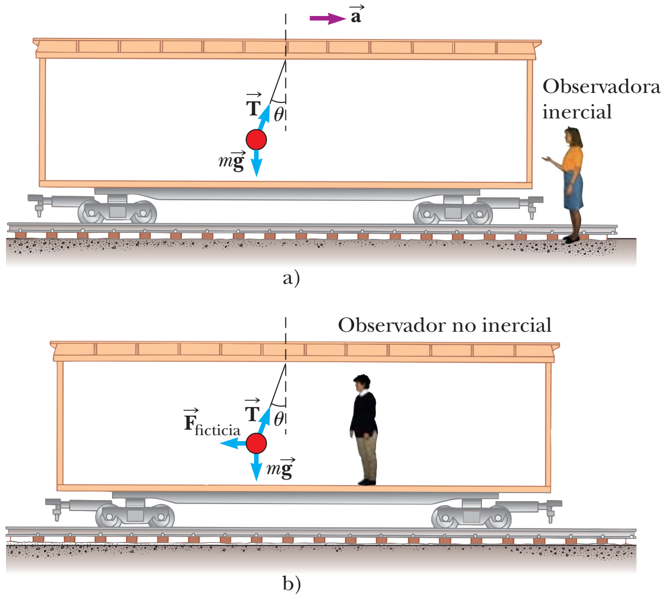


Figura 6.12 (Ejemplo 6.7) Una pequeña esfera suspendida del techo de un vagón que acelera hacia la derecha se desvía como se muestra. a) Una observadora inercial en reposo afuera del vagón afirma que la aceleración de la esfera es producto de la componente horizontal de $\vec{\mathbf{T}}$. b) Un observador no inercial que viaja en el vagón dice que la fuerza neta sobre la esfera es cero y que la desviación de la cuerda de la vertical se debe a una fuerza ficticia $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ficticia}}$ que equilibra la componente horizontal de $\vec{\mathbf{T}}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Identifíquese en el lugar de cada uno de los dos observadores de la figura 6.12. Como observador inercial en el suelo, usted ve que el vagón acelera y sabe que la desviación de la cuerda se debe a esta aceleración. Como observador no inercial en el vagón, imagine que ignora cualquier efecto del movimiento del carro de modo que no está al tanto de su aceleración. Puesto que no está al tanto de esta aceleración, usted afirma que una fuerza empuja hacia los lados la esfera para causar la desviación de la cuerda de la vertical. Para tener ideas más reales, intente correr desde el reposo mientras sostiene un objeto que cuelga de una cuerda y percibe que la cuerda está en un ángulo con la vertical mientras usted acelera, como si una fuerza empujara el objeto hacia atrás.

Categorizar Para la observadora inercial, la esfera se modela como una partícula bajo una fuerza neta en la dirección horizontal y una partícula en equilibrio en la dirección vertical. Para el observador no inercial, la esfera se modela como una partícula en equilibrio para la cual una de las fuerzas es ficticia.

Analizar De acuerdo con la observadora inercial en reposo (figura 6.12a), las fuerzas sobre la esfera son la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda y la fuerza gravitacional. La observadora inercial concluye que la aceleración de la esfera es la misma que la del vagón y que dicha aceleración la produce la componente horizontal de $\vec{\mathbf{T}}$.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes a la esfera, de acuerdo con la observadora inercial:

$$\text{Observadora inercial} \begin{cases} (1) & \sum F_x = T \operatorname{sen} \theta = ma \\ (2) & \sum F_y = T \cos \theta - mg = 0 \end{cases}$$

De acuerdo con el observador no inercial que viaja en el vagón (figura 6.12b), la cuerda también forma un ángulo θ con la vertical; sin embargo, para dicho observador, la esfera está en reposo y de este modo su aceleración es cero. Por lo tanto, el observador no inercial introduce una fuerza ficticia en la dirección horizontal para equilibrar la componente horizontal de $\vec{\mathbf{T}}$ y afirma que la fuerza neta sobre la esfera es cero.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes a la esfera, de acuerdo con el observador no inercial:

$$\text{Observador no inercial} \begin{cases} \sum F'_x = T \operatorname{sen} \theta - F_{\text{ficticia}} = 0 \\ \sum F'_y = T \cos \theta - mg = 0 \end{cases}$$

Estas expresiones son equivalentes a las ecuaciones 1) y 2) si $F_{\text{ficticia}} = ma$, donde a es la aceleración de acuerdo con el observador inercial.

Finalizar Si se tuviese que hacer esta sustitución en la ecuación para F'_x anterior, el observador no inercial obtiene los mismos resultados matemáticos que la observadora inercial. No obstante, la interpretación física de la desviación de la cuerda difiere en los dos marcos de referencia.

¿Qué pasaría si? Suponga que la observadora inercial quiere medir la aceleración del tren mediante el péndulo (la esfera que cuelga de la cuerda). ¿Cómo podría hacerlo?

Respuesta La intuición dice que el ángulo θ que la cuerda forma con la vertical debe aumentar conforme aumenta la aceleración. Al resolver las ecuaciones 1) y 2) simultáneamente para a, la observadora inercial puede determinar la magnitud de la aceleración del vagón al medir el ángulo θ y usar la relación $a = g \tan \theta$. Puesto que la desviación de la cuerda de la vertical sirve como una medida de aceleración, *se puede usar un péndulo simple como acelerómetro.*

6.4 Movimiento en presencia de fuerzas resistivas

En el capítulo 5 se describió la fuerza de fricción cinética que se ejerce sobre un objeto que se mueve sobre alguna superficie. Se ignoró por completo cualquier interacción entre el objeto y el medio a través del que se mueve. Ahora considere el efecto de dicho medio, que puede ser o un líquido o un gas. El medio ejerce una **fuerza resistiva $\vec{\mathbf{R}}$** sobre el objeto móvil a través de él. Algunos ejemplos son la resistencia del aire asociada con los vehículos móviles (a veces llamado *arrastre de aire*) y las fuerzas viscosas que actúan sobre los objetos móviles a través de un líquido. La magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ depende de factores tales como la rapidez del objeto, y la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$ siempre es opuesta a la dirección de movimiento del objeto en relación con el medio.

La magnitud de la fuerza resistiva depende de la rapidez en una forma compleja y aquí sólo se consideran dos modelos simplificados. En el primer modelo se supone que la fuerza resistiva es proporcional a la rapidez del objeto móvil; este modelo es válido para objetos que caen lentamente a través de un líquido y para objetos muy pequeños, como las partículas de polvo, que se mueven a través del aire. En el segundo modelo, se supone una fuerza resistiva que es proporcional al cuadrado de la rapidez del objeto móvil; los objetos grandes, como un paracaidista móvil en caída libre a través del aire, experimenta tal fuerza.

Modelo 1: Fuerza resistiva proporcional a la velocidad del objeto

Si la fuerza resistiva que actúa sobre un objeto móvil a través de un líquido o gas se modela como proporcional a la velocidad del objeto, la fuerza resistiva se puede expresar como

$$\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}} \tag{6.2}$$

donde b es una constante cuyo valor depende de las propiedades del medio y de la forma y dimensiones del objeto y $\vec{\mathbf{v}}$ es la velocidad del objeto en relación con el medio. El signo negativo indica que $\vec{\mathbf{R}}$ está en la dirección opuesta a $\vec{\mathbf{v}}$.

Considere una pequeña esfera de masa m que se libera desde el reposo en un líquido, como en la figura 6.13a. Si supone que las únicas fuerzas que actúan sobre la esfera son la fuerza resistiva $\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}}$ y la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$, describa su movimiento.[1] Al aplicar la segunda ley de Newton al movimiento vertical, elegir la dirección hacia abajo como positiva y notar que $\Sigma F_y = mg - bv$, se obtiene

$$mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt} \tag{6.3}$$

donde la aceleración de la esfera es hacia abajo. Al resolver esta expresión para la aceleración dv/dt se obtiene

[1] Sobre un objeto sumergido también actúa una *fuerza de flotación*. Esta fuerza es constante y su magnitud es igual al peso del líquido desplazado. Esta fuerza cambia el peso aparente de la esfera en un factor constante, de modo que aquí se ignorará dicha fuerza. Las fuerzas de flotación se discuten en el capítulo 14.

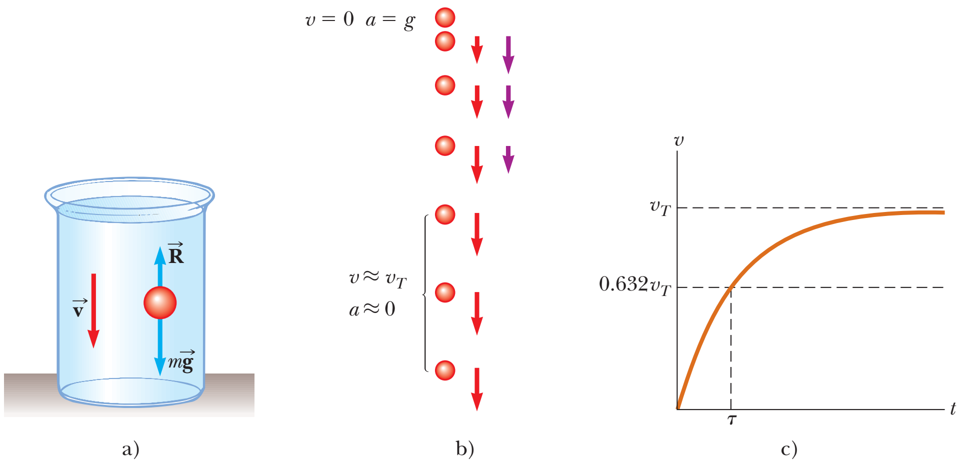


Figura 6.13 a) Una pequeña esfera que cae a través de un líquido. b) Diagrama de movimiento de la esfera mientras cae. Se muestran los vectores velocidad (rojo) y aceleración (violeta) para cada imagen después de la primera. c) Gráfica rapidez-tiempo para la esfera. La esfera se aproxima a una rapidez máxima (o terminal) v_T y la constante de tiempo τ es el tiempo en el que llega a una rapidez de $0.632v_T$.

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v \tag{6.4}$$

Esta ecuación se llama *ecuación diferencial* y los métodos para resolverla pueden no serle familiares todavía. No obstante, note que, inicialmente, cuando $v = 0$, la magnitud de la fuerza resistiva también es cero y la aceleración de la esfera es simplemente g. Conforme t aumenta, la magnitud de la fuerza resistiva aumenta y la aceleración disminuye. La aceleración tiende a cero cuando la magnitud de la fuerza resistiva se aproxima al peso de la esfera. En esta situación, la rapidez de la esfera tiende a su **rapidez terminal** v_T.

◀ Rapidez terminal

La rapidez terminal se obtiene de la ecuación 6.3 al hacer $a = dv/dt = 0$. Esto produce

$$mg - bv_T = 0 \quad \text{o} \quad v_T = \frac{mg}{b}$$

La expresión para v que satisface la ecuación 6.4 con $v = 0$ y $t = 0$ es

$$v = \frac{mg}{b}(1 - e^{-bt/m}) = v_T(1 - e^{-t/\tau}) \tag{6.5}$$

Esta función se grafica en la figura 6.13c. El símbolo e representa la base del logaritmo natural y también se llama *número de Euler:* $e = 2.718\ 28$. La **constante de tiempo** $\tau = m/b$ (letra griega tau) es el tiempo en el que la esfera liberada del reposo en $t = 0$ alcanza 63.2% de su rapidez terminal: cuando $t = \tau$, la ecuación 6.5 produce $v = 0.632v_T$.

Se puede comprobar que la ecuación 6.5 es una solución de la ecuación 6.4 mediante derivación directa:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{mg}{b}(1 - e^{-bt/m})\right] = \frac{mg}{b}\left(0 + \frac{b}{m}e^{-bt/m}\right) = ge^{-bt/m}$$

(Véase la tabla del apéndice B.4 para la derivada de e elevada a alguna potencia.) Al sustituir en la ecuación 6.4 estas dos expresiones para dv/dt y la expresión para v conocida por la ecuación 6.5 se demuestra que la solución satisface la ecuación diferencial.

EJEMPLO 6.8 **Esfera que cae en aceite**

Una pequeña esfera de 2.00 g de masa se libera desde el reposo en un gran contenedor lleno con aceite, donde experimenta una fuerza resistiva proporcional a su rapidez. La esfera alcanza una rapidez terminal de 5.00 cm/s. Examine la constante de tiempo τ y el tiempo en el que la esfera alcanza 90.0% de su rapidez terminal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Con la ayuda de la figura 6.13, imagine soltar la esfera en aceite y observarla hundirse hasta el fondo del contenedor. Si tiene algo de champú denso, suelte una canica en él y observe el movimiento de la canica.

Categorizar La esfera se modela como una partícula bajo una fuerza neta, con una de las fuerzas como fuerza resistiva que depende de la rapidez de la esfera.

Analizar A partir de $v_T = mg/b$, evalúe el coeficiente b:

$$b = \frac{mg}{v_T} = \frac{(2.00 \text{ g})(980 \text{ cm/s}^2)}{5.00 \text{ cm/s}} = 392 \text{ g/s}$$

Evalúe la constante de tiempo τ:

$$\tau = \frac{m}{b} = \frac{2.00 \text{ g}}{392 \text{ g/s}} = \boxed{5.10 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

Encuentre el tiempo τ en el que la esfera alcanza una rapidez de $0.900v_T$ al hacer $v = 0.900v_T$ en la ecuación 6.5 y resuelva para t:

$$0.900v_T = v_T(1 - e^{-t/\tau})$$

$$1 - e^{-t/\tau} = 0.900$$

$$e^{-t/\tau} = 0.100$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln(0.100) = -2.30$$

$$t = 2.30\tau = 2.30(5.10 \times 10^{-3} \text{ s}) = 11.7 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$= \boxed{11.7 \text{ ms}}$$

Finalizar La esfera alcanza 90.0% de su rapidez terminal en un intervalo de tiempo muy breve. Además tiene que ver este comportamiento si realiza la actividad con la canica y el champú.

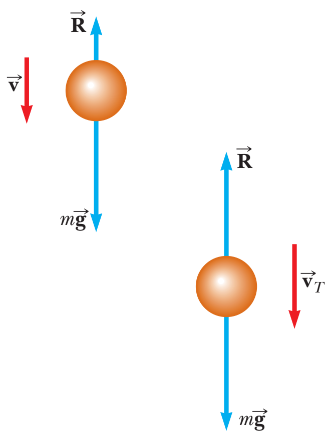


Figura 6.14 Un objeto que cae a través del aire experimenta una fuerza resistiva $\vec{R}$ y una fuerza gravitacional $\vec{F}_g = m\vec{g}$. El objeto logra la rapidez terminal (a la derecha) cuando la fuerza neta que actúa sobre él es cero; esto es: cuando $\vec{R} = -\vec{F}_g$ o $R = mg$. Antes de que se presente, la aceleración varía con la rapidez de acuerdo con la ecuación 6.8.

Modelo 2: Fuerza resistiva proporcional a la rapidez al cuadrado del objeto

Para objetos móviles con magnitudes de velocidad grandes a través del aire, como aviones, paracaidistas, automóviles y pelotas de beisbol, razonablemente la fuerza resistiva se representa con propiedad como proporcional al cuadrado de la rapidez. En estas situaciones, la magnitud de la fuerza resistiva se expresa como

$$R = \tfrac{1}{2} D\rho A v^2 \qquad \textbf{(6.6)}$$

donde D es una cantidad empírica adimensional llamada *coeficiente de arrastre*, ρ es la densidad del aire y A es el área de sección transversal del objeto móvil observado en un plano perpendicular a su velocidad. El coeficiente de arrastre tiene un valor casi de 0.5 para objetos esféricos, pero puede tener un valor tan grande como 2 para objetos con forma irregular.

Analice el movimiento de un objeto en caída libre expuesto a una fuerza resistiva del aire hacia arriba de magnitud $R = \frac{1}{2} D\rho A v^2$. Suponga que un objeto de masa m se libera desde el reposo. Como muestra la figura 6.14, el objeto experimenta dos fuerzas externas:[2] la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{F}_g = m\vec{g}$ y la fuerza resistiva hacia arriba $\vec{R}$. En consecuencia, la magnitud de la fuerza neta es

$$\sum F = mg - \tfrac{1}{2} D\rho A v^2 \qquad \textbf{(6.7)}$$

[2] Como con el modelo 1, también hay una fuerza de flotación hacia arriba que se ignora.

TABLA 6.1

Rapidez terminal para varios objetos que caen a través del aire

Objeto	**Masa (kg)**	**Área de sección transversal (m^2)**	**v_T (m/s)**
Paracaidista	75	0.70	60
Pelota de beisbol (3.7 cm de radio)	0.145	4.2×10^{-3}	43
Pelota de golf (2.1 cm de radio)	0.046	1.4×10^{-3}	44
Granizo (0.50 cm de radio)	4.8×10^{-4}	7.9×10^{-5}	14
Gota de lluvia (0.20 cm de radio)	3.4×10^{-5}	1.3×10^{-5}	9.0

donde se toma hacia abajo como la dirección vertical positiva. Al usar la fuerza en la ecuación 6.7 en la segunda ley de Newton, se encuentra que el objeto tiene una aceleración hacia abajo de magnitud

$$a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v^2 \tag{6.8}$$

La rapidez terminal v_T se puede calcular al notar que, cuando la fuerza gravitacional se equilibra mediante la fuerza resistiva, la fuerza neta sobre el objeto es cero y debido a eso su aceleración es cero. Al hacer $a = 0$ en la ecuación 6.8 se obtiene

$$g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right){v_T}^2 = 0$$

de modo que

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}} \tag{6.9}$$

La tabla 6.1 menciona las magnitudes de velocidad terminal de diferentes objetos que caen a través del aire.

Pregunta rápida 6.4 Una pelota de beisbol y una de basquetbol, que tienen la misma masa, se dejan caer a través del aire desde el reposo, tal que sus partes inferiores están inicialmente a la misma altura sobre el suelo, en el orden de 1 m o más. ¿Cuál golpea el suelo primero? a) La pelota de beisbol golpea el suelo primero. b) El balón de basquetbol golpea el suelo primero. c) Ambas golpean el suelo al mismo tiempo.

EJEMPLO CONCEPTUAL 6.9 La *skysurfer*

Considere una *skysurfer* (figura 6.15) que salta desde un avión con los pies firmemente atados a su tabla de surf, hace algunos trucos y luego abre su paracaídas. Describa las fuerzas que actúan sobre ella durante dichas maniobras.

SOLUCIÓN

Cuando el surfista sale del avión, no tiene velocidad vertical. La fuerza gravitacional hacia abajo hace que ella acelere hacia el suelo. A medida que aumenta su rapidez hacia abajo, así lo hace la fuerza resistiva hacia arriba que ejerce el aire sobre su cuerpo y la tabla. Esta fuerza hacia arriba reduce su aceleración y por tanto su rapidez aumenta más lentamente. Al final, van tan rápido que la fuerza resistiva hacia arriba se iguala con la fuerza gravitacional hacia abajo. Ahora la fuerza neta es cero y ya no acelera, y en vez de ello llega a su rapidez terminal. En algún punto después de llegar a su rapidez terminal, abre su paracaídas, lo que resulta en un drástico aumento en la fuerza resistiva hacia arriba. La fuerza neta (y por tanto la aceleración) ahora es hacia arriba, en la dirección opuesta a la dirección de la velocidad. En consecuencia, la velocidad hacia abajo disminuye rápidamente, y la fuerza resistiva sobre el paracaídas también disminuye. Al final, la fuerza resistiva hacia

Jump Run Productions/Getty Images

Figura 6.15 (Ejemplo conceptual 6.9) Un *skysurfer*.

arriba y la fuerza gravitacional hacia abajo se equilibran mutuamente y se alcanza una rapidez terminal mucho más pequeña, lo que permite un aterrizaje seguro.

(Contrario a la creencia popular, el vector velocidad de un paracaidista nunca apunta hacia arriba. Usted debe haber visto una cinta de video en la que un paracaidista parece un "cohete" hacia arriba una vez que el paracaídas se abre. De hecho, lo que ocurre es que el paracaidista frena pero la persona que sostiene la cámara continúa cayendo a gran rapidez.)

EJEMPLO 6.10 Caída de filtros de café

La dependencia de la fuerza resistiva con el cuadrado de la rapidez es un modelo. Pruebe el modelo para una situación específica. Imagine un experimento en el que se deja caer una serie de filtros de café apilados y se mide su rapidez terminal. La tabla 6.2 presenta datos de rapidez terminal característicos de un experimento real que usa dichos filtros de café conforme caen a través del aire. La constante de tiempo τ es pequeña, así que un filtro que se deja caer alcanza prontamente la rapidez terminal. Cada filtro tiene una masa de 1.64 g. Cuando los filtros se apilan juntos el área de la superficie que ve al frente no aumenta. Determine la relación entre la fuerza resisti-va que ejerce el aire y la rapidez de los filtros que caen.

TABLA 6.2

Rapidez terminal y fuerza resistiva para filtros de café apilados

Número de filtros	v_T (m/s)[a]	R (N)
1	1.01	0.016 1
2	1.40	0.032 1
3	1.63	0.048 3
4	2.00	0.064 4
5	2.25	0.080 5
6	2.40	0.096 6
7	2.57	0.112 7
8	2.80	0.128 8
9	3.05	0.144 9
10	3.22	0.161 0

[a] Todos los valores de v_T son aproximados.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine soltar los filtros de café a través del aire. (Si tiene algunos filtros de café, intente soltarlos.) Debido a la masa relativamente pequeña del filtro de café, probablemente no notará el intervalo de tiempo durante el que hay una aceleración. Los filtros parecerán caer con velocidad constante de inmediato, al dejar su mano.

Categorizar Puesto que un filtro se mueve a velocidad constante, se le modela como partícula en equilibrio.

Analizar A rapidez terminal, la fuerza resistiva hacia arriba sobre el filtro equilibra la fuerza gravitacional hacia abajo de modo que $R = mg$.

Evalúe la magnitud de la fuerza resistiva:

$$R = mg = (1.64 \text{ g})\left(\frac{1 \text{ kg}}{1\,000 \text{ g}}\right)(9.80 \text{ m/s}^2) = 0.016\,1 \text{ N}$$

Del mismo modo, dos filtros apilados juntos experimentan 0.032 2 N de fuerza resistiva, etcétera. Dichos valores de fuerza resistiva se muestran en la columna de la extrema derecha en la tabla 6.2. En la figura 6.16a se muestra una gráfica de la fuerza resistiva sobre los filtros como función de la rapidez terminal. Una línea recta no es un buen ajuste, lo que indica que la fuerza resistiva *no* es proporcional a la rapidez. El comportamiento se ve más claramente en la figura 6.16b, ahí la fuerza resistiva se grafica como una función del cuadrado de la rapidez terminal. Esta gráfica indica que la fuerza resistiva es proporcional al *cuadrado* de la rapidez, como sugiere la ecuación 6.6.

Finalizar He aquí una buena oportunidad para que en casa tome algunos datos reales de filtros de café reales y vea si es capaz de reproducir los resultados que se muestran en la figura 6.16. Si tiene champú y una canica, como se mencionó en el ejemplo 6.8, también tome datos en dicho sistema y vea si la fuerza resistiva se modela adecuadamente como proporcional a la rapidez.

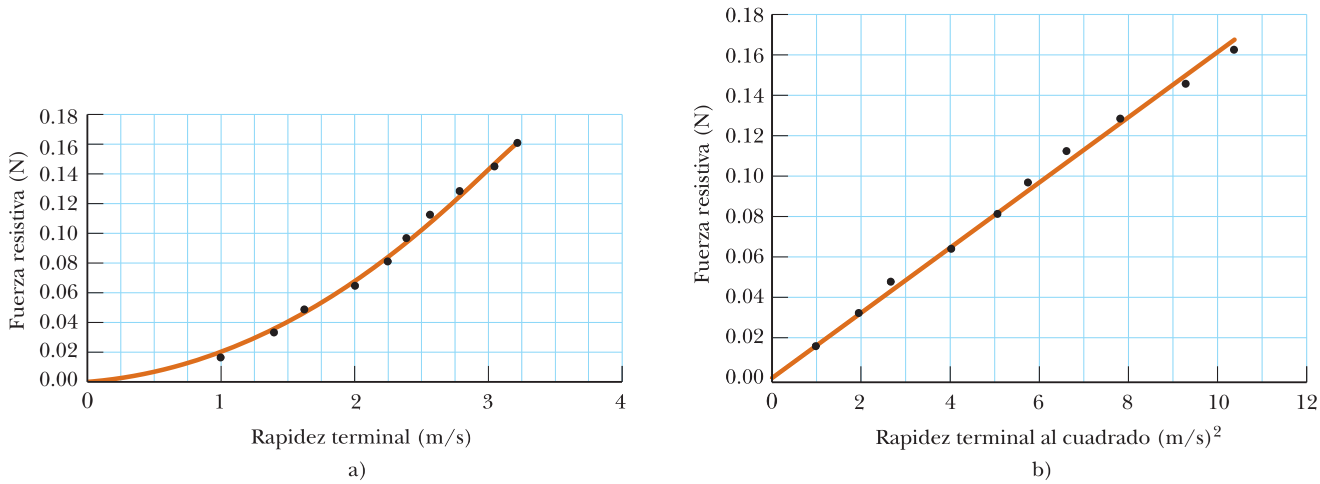


Figura 6.16 (Ejemplo 6.10) a) Correspondencia entre la fuerza resistiva que actúa sobre filtros de café que caen y su rapidez terminal. La línea curva es una ajuste polinomial de segundo orden. b) Gráfica que relaciona la fuerza resistiva con el cuadrado de la rapidez terminal. El ajuste de la línea recta a los puntos de información indica que la fuerza resistiva es proporcional al cuadrado de la rapidez terminal. ¿Puede encontrar la constante de proporcionalidad?

EJEMPLO 6.11 Fuerza resistiva ejercida sobre una pelota de beisbol

Un lanzador arroja una pelota de beisbol de 0.145 kg a un lado del bateador a 40.2 m/s (= 90 mi/h). Encuentre la fuerza resistiva que actúa sobre la pelota con esta rapidez.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Este ejemplo es diferente del anterior en que ahora el objeto es móvil horizontalmente a través del aire, en lugar de moverse de manera vertical bajo la influencia de la gravedad y la fuerza resistiva. La fuerza resistiva hace que la pelota disminuya su velocidad mientras la gravedad hace que su trayectoria se curve hacia abajo. La situación se simplifica al suponer que el vector velocidad es exactamente horizontal en el instante en que viaja a 40.2 m/s.

Categorizar En general, la pelota es una partícula bajo una fuerza neta. Sin embargo, ya que se considera sólo un instante de tiempo, no hay que preocuparse por la aceleración, de modo que el problema sólo implica encontrar el valor de una de las fuerzas.

Analizar Para determinar el coeficiente de arrastre D, imagine que suelta la pelota y la deja llegar a su rapidez terminal. Resuelva la ecuación 6.9 para D y sustituya los valores apropiados para m, v_T y A de la tabla 6.1, y considere la densidad del aire como 1.20 kg/m^3:

$$D = \frac{2mg}{v_T^2 \rho A} = \frac{2(0.145\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{(43\text{ m/s})^2(1.20\text{ kg/m}^3)(4.2 \times 10^{-3}\text{ m}^2)}$$
$$= 0.305$$

Use este valor para D en la ecuación 6.6 para encontrar la magnitud de la fuerza resistiva:

$$R = \tfrac{1}{2} D\rho A v^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(0.305)(1.20\text{ kg/m}^3)(4.2 \times 10^{-3}\text{ m}^2)(40.2\text{ m/s})^2$$
$$= \boxed{1.2\text{ N}}$$

Finalizar La magnitud de la fuerza resistiva es similar en magnitud al peso de la pelota de beisbol, que es casi 1.4 N. Por lo tanto, la resistencia del aire desempeña un papel importante en el movimiento de la pelota, como se manifiesta por la variedad de curvas, "de columpio" (hacia abajo), "dormilona" y demás que lanzan los pitchers.

Resumen

DEFINICIONES

Una partícula en movimiento circular uniforme tiene una aceleración centrípeta; esta aceleración la proporciona una fuerza neta que se dirija hacia el centro de la trayectoria circular.

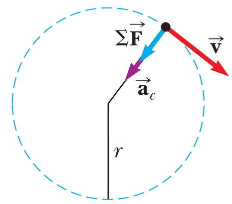
Un observador en un marco de referencia no inercial (acelerado) introduce **fuerzas ficticias** cuando aplica la segunda ley de Newton en dicho marco.

Un objeto móvil a través de un líquido o gas experimenta una **fuerza resistiva** dependiente de la rapidez. Esta fuerza resistiva está en dirección opuesta a la velocidad del objeto en relación con el medio y por lo general aumenta con la rapidez. La magnitud de la fuerza resistiva depende del tamaño y forma del objeto y de las propiedades del medio a través del que se mueve el objeto. En el caso límite para un objeto que cae, cuando la magnitud de la fuerza resistiva es igual al peso del objeto, éste alcanza su **rapidez terminal**.

MODELO DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Partícula en movimiento circular uniforme Con el nuevo conocimiento de las fuerzas, se pueden hacer agregados al modelo de una partícula en movimiento circular uniforme, que se introdujo en el capítulo 4. La segunda ley de Newton aplicada a una partícula en movimiento circular uniforme establece que la fuerza neta que permite a la partícula someterse a una aceleración centrípeta (ecuación 4.15) se relaciona con la aceleración de acuerdo con

$$\sum F = ma_c = m\frac{v^2}{r} \qquad \textbf{(6.1)}$$



Preguntas

O Indica pregunta complementaria.

1. **O** Una puerta en un hospital tiene un cierre neumático que empuja la puerta para cerrar de tal modo que la perilla se mueve con rapidez constante en la mayor parte de su trayectoria. En esta parte de su movimiento, a) ¿la perilla experimenta una aceleración centrípeta?, b) ¿Experimenta una aceleración tangencial? Apresurada por una emergencia, una enfermera proporciona un empujón repentino a la puerta cerrada. La puerta se abre contra el dispositivo neumático, frena y luego invierte su movimiento. En el momento en que la puerta está más abierta, c) ¿la perilla tiene una aceleración centrípeta?, d) ¿Tiene una aceleración tangencial?
2. Describa la trayectoria de un cuerpo móvil en el evento en que su aceleración sea constante en magnitud en todo momento y a) perpendicular a la velocidad; b) paralela a la velocidad.
3. Un objeto ejecuta movimiento circular con rapidez constante siempre que una fuerza neta de magnitud constante actúe perpendicular a la velocidad. ¿Qué le ocurre a la rapidez si la fuerza no es perpendicular a la velocidad?
4. **O** Un niño practica para una carrera de bicicletas a campo traviesa. Su rapidez permanece constante conforme avanza alrededor de una pista a nivel contra las manecillas del reloj, con dos secciones rectas y dos secciones casi semicirculares, como se muestra en la vista de helicóptero en la figura P6.4. a) Clasifique las magnitudes de su aceleración en los puntos *A*, *B*, *C*, *D* y *E*, de mayor a menor. Si su aceleración es del mismo tamaño en dos puntos, muestre tal hecho en su clasificación. Si su aceleración es cero, resalte este hecho. b) ¿Cuáles son las direcciones de su velocidad en los puntos *A*, *B* y *C*? Para cada punto elija uno: ¿norte, sur, este, oeste o no existe? c) ¿Cuáles son las direcciones de su aceleración en los puntos *A*, *B* y *C*?

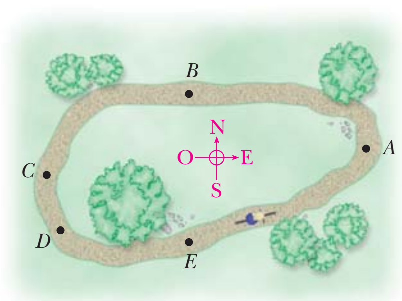


Figura P6.4

5. **O** Un péndulo consiste de un objeto pequeño llamado plomada que cuelga de una cuerda ligera de longitud fija, con el extremo superior de la cuerda fijo, como se representa en la figura P6.5. La plomada se mueve sin fricción, y se balancea con alturas iguales en ambos lados. Se mueve desde su punto de retorno *A* a través del punto *B* y llega a su rapidez máxima en el punto *C*. a) De estos puntos, ¿existe uno donde la plomada tenga aceleración radial distinta de cero y aceleración tangencial cero? Si es así, ¿cuál punto? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total

en este punto? b) De estos puntos, ¿existe un punto donde la plomada tenga aceleración tangencial distinta de cero y aceleración radial cero? Si es así, ¿cuál punto? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total en este punto? c) ¿Existe un punto donde la plomada no tenga aceleración? Si es así, ¿cuál punto? d) ¿Existe un punto donde la plomada tenga aceleraciones tangencial y radial distintas de cero? Si es así, ¿cuál punto? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total en este punto?

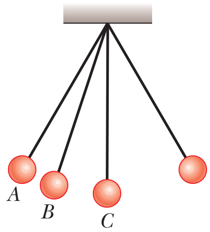


Figura P6.5

6. Si alguien le dijera que los astronautas no tienen peso en órbita porque están más allá de la atracción de la gravedad, ¿aceptaría la afirmación? Explique.

7. Se ha sugerido que cilindros giratorios de casi 20 km de largo y 8 km de diámetro se coloquen en el espacio y se usen como colonias. El propósito de la rotación es simular gravedad para los habitantes. Explique este concepto para producir una imitación efectiva de la gravedad.

8. Una cubeta de agua se puede girar en una trayectoria vertical tal que no se derrame agua. ¿Por qué el agua permanece en la cubeta, aun cuando la cubeta esté sobre su cabeza?

9. ¿Por qué un piloto tiende a desmayarse cuando sale de una pronunciada caída en picada?

10. **O** Antes de despegar en un avión, un inquisitivo estudiante en el avión toma un puñado de llaves y lo deja colgar de un cordón. Las llaves cuelgan justo hacia abajo mientras el avión está en reposo en espera del despegue. Luego el avión gana rapidez mientras se mueve por la pista. a) En relación con la mano del estudiante, ¿las llaves corren hacia el frente del avión, continúan colgando recto hacia abajo o se corren hacia la parte trasera del avión? b) La rapidez del avión aumenta en una proporción constante durante un intervalo de tiempo de varios segundos. Durante este intervalo, ¿el ángulo que el cordón forma con la vertical aumenta, permanece constante o disminuye?

11. El observador dentro del elevador en aceleración del ejemplo 5.8 diría que el "peso" del pescado es T, la lectura de la balanza. Es obvio que la respuesta es equivocada. ¿Por qué esta observación difiere de la de una persona fuera del elevador, en reposo respecto de la Tierra?

12. Un paracaidista que cae llega a rapidez terminal con su paracaídas cerrado. Después de que el paracaídas se abre, ¿qué parámetros cambian para disminuir su rapidez terminal?

13. ¿Qué fuerzas hacen que se mueva a) un automóvil, b) un avión impulsado por hélice y c) un bote de remos?

14. Considere que una pequeña gota de lluvia y una gran gota de lluvia caen a través de la atmósfera. Compare sus magnitudes de velocidad terminales. ¿Cuáles son sus aceleraciones cuando llegan a su rapidez terminal?

15. **O** Examine un paracaidista que salta de un helicóptero y cae a través del aire, antes de alcanzar su rapidez terminal y mucho antes de abrir su paracaídas. a) ¿Su rapidez aumenta, disminuye o permanece constante? b) ¿La magnitud de su aceleración aumenta, disminuye, permanece constante en cero, permanece constante a 9.80 m/s^2 o permanece constante a algún otro valor?

16. "Si la posición y velocidad actuales de toda partícula en el Universo fuesen conocidas, junto con las leyes que describen las fuerzas que las partículas ejercen unas sobre otras, en tal caso se podría calcular todo el futuro del Universo. El futuro es definido y predeterminado. El libre albedrío es una ilusión." ¿Está de acuerdo con esta tesis? Argumente a favor o en contra.

Problemas

Sección 6.1 Segunda ley de Newton para una partícula en movimiento circular uniforme

1. Una cuerda ligera sostiene una carga fija colgante de 25.0 kg antes de romperse. Un objeto de 3.00 kg unido a la cuerda está girando sobre una mesa horizontal sin fricción en un círculo de 0.800 m de radio, y el otro extremo de la cuerda se mantiene fijo. ¿Qué intervalor de rapidez puede tener el objeto antes de que la cuerda se rompa?
2. Una curva en un camino forma parte de un círculo horizontal. Cuando la rapidez de un automóvil que circula por ella es de 14 m/s constante, la fuerza total sobre el conductor tiene 130 N de magnitud. ¿Cuál es la fuerza vectorial total sobre el conductor si la rapidez es 18.0 m/s?
3. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la rapidez del electrón es aproximadamente 2.20×10^{-6} m/s. Encuentre a) la fuerza que actúa sobre el electrón mientras da vueltas en una órbita circular de 0.530×10^{-10} m de radio y b) la aceleración centrípeta del electrón.
4. Mientras dos astronautas del *Apolo* estaban en la superficie de la Luna, un tercer astronauta orbitaba la Luna. Suponga que la órbita es circular y 100 km arriba de la superficie de la Luna, donde la aceleración debida a la gravedad es 1.52 m/s^2. El radio de la Luna es 1.70×10^6 m. Determine a) la rapidez orbital del astronauta y b) el periodo de la órbita.
5. Una moneda colocada a 30.0 cm del centro de una tornamesa horizontal giratoria se desliza cuando su rapidez es 50.0 cm/s. a) ¿Qué fuerza causa la aceleración centrípeta cuando la moneda está fija en relación con la tornamesa? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática entre la moneda y la tornamesa?

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

6. En un ciclotrón (un acelerador de partículas), un deuterón (de 2.00 u de masa) alcanza una rapidez final de 10.0% la rapidez de la luz mientras se mueve en una trayectoria circular de 0.480 m de radio. El deuterón se mantiene en la trayectoria circular mediante una fuerza magnética. ¿Qué magnitud de fuerza se requiere?

7. Una estación espacial, en forma de rueda de 120 m de diámetro, rota para proporcionar una "gravedad artificial" de 3.00 m/s^2 para las personas que caminan alrededor de la pared interior del borde externo. Encuentre la proporción de rotación de la rueda (en revoluciones por minuto) que producirá este efecto.

8. Examine un péndulo cónico (figura 6.3) con una plomada de 80.0 kg en un alambre de 10.0 m que forma un ángulo $\theta = 5.00°$ con la vertical. Determine a) las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce el alambre en el péndulo y b) la aceleración radial de la plomada.

9. Una caja de huevos se ubica en la mitad de la plataforma de una camioneta pickup mientras la camioneta entra en una curva sin peralte en el camino. La curva se puede considerar como un arco de círculo de 35.0 m de radio. Si el coeficiente de fricción estática entre la caja y la camioneta es 0.600, ¿qué tan rápido se puede mover la camioneta sin que la caja se deslice?

10. Un automóvil viaja inicialmente hacia el este y da vuelta al norte al viajar en una trayectoria circular con rapidez uniforme, como se muestra en la figura P6.10. La longitud del arco *ABC* es 235 m y el automóvil completa la vuelta en 36.0 s. a) ¿Cuál es la aceleración cuando el automóvil está en *B*, ubicado a un ángulo de 35.0°? Exprese su respuesta en términos de los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$. Determine b) la rapidez promedio del automóvil y c) su aceleración promedio durante el intervalo de 36.0 s.

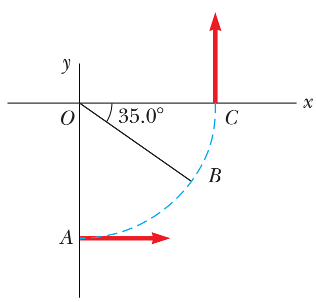


Figura P6.10

11. Un objeto de 4.00 kg se une a una barra vertical mediante dos cuerdas, como se muestra en la figura P6.11. El objeto gira en un círculo horizontal con rapidez constante de 6.00 m/s. Encuentre la tensión en a) la cuerda superior y b) la cuerda inferior.

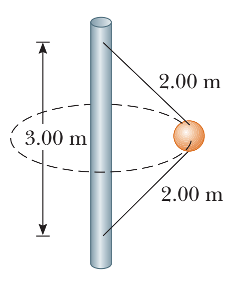


Figura P6.11

Sección 6.2 Movimiento circular no uniforme

12. Un halcón vuela en un arco horizontal de 12.0 m de radio con una rapidez constante de 4.00 m/s. a) Encuentre su aceleración centrípeta. b) El halcón continúa volando a lo largo del mismo arco horizontal pero aumenta su rapidez en una proporción de 1.20 m/s^2. Encuentre la aceleración (magnitud y dirección) bajo estas condiciones.

13. Un niño de 40.0 kg se mece en un columpio sostenido por dos cadenas, cada una de 3.00 m de largo. La tensión en cada cadena en el punto más bajo es 350 N. Encuentre a) la rapidez del niño en el punto más bajo y b) la fuerza que ejerce el asiento sobre el niño en el punto más bajo. (Ignore la masa del asiento.)

14. Un carro de montaña rusa (figura P6.14) tiene una masa de 500 kg cuando está completamente cargado con pasajeros. a) Si el vehículo tiene una rapidez de 20.0 m/s en el punto Ⓐ, ¿cuál es la fuerza que ejerce la pista sobre el carro en este punto? b) ¿Cuál es la rapidez máxima que puede tener el vehículo en el punto Ⓑ y todavía permanecer sobre la pista?

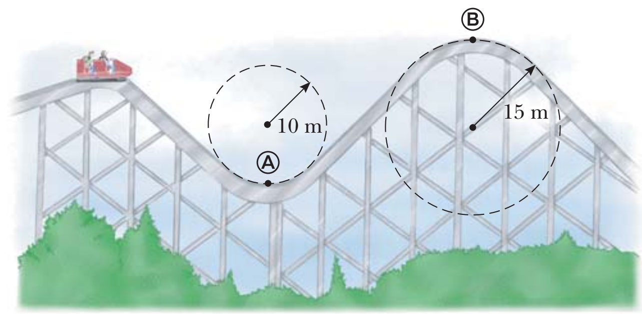


Figura P6.14

15. Tarzán (m = 85.0 kg) intenta cruzar un río al balancearse con una liana. La liana mide 10.0 m de largo y su rapidez en la parte baja del balanceo (mientras apenas libra el agua) será 8.00 m/s. Tarzán no sabe que la liana tiene una resistencia a la rotura de 1 000 N. ¿Logrará cruzar el río con seguridad?

16. ● Un extremo de una cuerda está fijo y un objeto pequeño de 0.500 kg se une al otro extremo, donde se balancea en una sección de un círculo vertical de 2.00 m de radio, como se muestra en la figura 6.9. Cuando $\theta = 20.0°$, la rapidez del objeto es 8.00 m/s. En este instante, encuentre a) la tensión en la cuerda, b) las componentes tangencial y radial de la aceleración y c) la aceleración total. d) ¿Su respuesta cambia si el objeto se balancea hacia arriba en lugar de hacia abajo? Explique.

17. Una cubeta con agua gira en un círculo vertical de 1.00 m de radio. ¿Cuál es la rapidez mínima de la cubeta en lo alto del círculo si no se debe derramar agua?

18. Una montaña rusa en el parque de diversiones Six Flags Great America en Gurnee, Illinois, incorpora cierta tecnología de diseño ingeniosa y algo de física básica. Cada bucle vertical, en lugar de ser circular, tiene forma de lágrima (figura P6.18). Los carros viajan en el interior del bucle en la parte superior, y las magnitudes de velocidad son lo suficientemente grandes para asegurar que los carros permanezcan en la pista. El bucle más grande tiene 40.0 m de alto, con una rapidez máxima de 31.0 m/s (casi 70 mi/h) en la parte inferior. Suponga que la rapidez en la parte superior es 13.0 m/s y la aceleración centrípeta correspondiente es 2g. a) ¿Cuál es el radio del arco de la lágrima en la parte superior? b) Si la masa total de un carro más los pasajeros es M, ¿qué fuerza ejerce el riel sobre el carro en la parte superior? c) Suponga que la montaña rusa tiene un bucle circular de 20.0 m de radio. Si los carros tienen la misma rapidez, 13.0 m/s en la parte superior, ¿cuál es la aceleración centrípeta en la parte superior? Comente acerca de la fuerza normal en la parte superior en esta situación.


FrankCezus/FPG International

Figura P6.18

Sección 6.3 Movimiento en marcos acelerados

19. ● Un objeto de 5.00 kg de masa, unido a una balanza de resorte, descansa sobre una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura P6.19. La balanza de resorte, unida al extremo frontal de un vagón, tiene una lectura constante de 18.0 N cuando el carro está en movimiento. a) La lectura en la balanza es de cero cuando el vagón está en reposo. Determine la aceleración del vagón. b) ¿Qué lectura constante mostrará la balanza si el vagón se mueve con velocidad constante? c) Describa las fuerzas sobre el objeto como lo observa alguien en el vagón y alguien en reposo fuera del vagón.

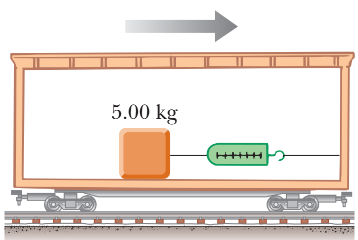


Figura P6.19

20. Un pequeño contenedor de agua se coloca sobre un carrusel dentro de un horno de microondas en un radio de 12.0 cm desde el centro. La tornamesa gira de manera uniforme y da una revolución cada 7.25 s. ¿Qué ángulo forma la superficie del agua con la horizontal?
21. Un objeto de 0.500 kg está suspendido del techo de un vagón que acelera, como se muestra en la figura 6.12. Tome $a = 3.00$ m/s^2 y encuentre a) el ángulo que forma la cuerda con la vertical y b) la tensión en la cuerda.
22. Un estudiante está de pie en un elevador que acelera continuamente hacia arriba con aceleración a. Su mochila está en el piso junto a la pared. El ancho del elevador es L. El estudiante da a su mochila una patada rápida en $t = 0$ y le imparte una rapidez v que la hace deslizar a través del piso del elevador. En el tiempo t, la mochila golpea la pared opuesta. Encuentre el coeficiente de fricción cinética μ_k entre la mochila y el piso del elevador.
23. Una persona está de pie sobre una báscula en un elevador. Mientras el elevador parte, la báscula tiene una lectura constante de 591 N. Más tarde, cuando el elevador se detiene, la lectura de la báscula es 391 N. Suponga que la magnitud de la aceleración es la misma durante la partida y el frenado. Determine: a) el peso de la persona, b) la masa de la persona y c) la aceleración del elevador.
24. Una niña en vacaciones se despierta. Se encuentra sobre su espalda. La tensión en los músculos en ambos lados de su cuello es 55.0 N mientras eleva su cabeza para mirar por encima de los dedos de sus pies hacia afuera por la ventana del hotel. ¡Finalmente no llueve! Diez minutos después, grita conforme baja por un tobogán de agua, los pies primero, a una rapidez terminal de 5.70 m/s, viajando por lo alto de la pared exterior de una curva horizontal de 2.40 m de radio (figura P6.24). Eleva la cabeza para ver hacia adelante sobre los dedos de sus pies. Encuentre la tensión en los músculos en ambos lados de su cuello.

Figura P6.24

25. Una plomada no cuelga exactamente a lo largo de una línea que se dirige al centro de rotación de la Tierra. ¿Cuánto se desvía la plomada de una línea radial a 35.0° latitud norte? Suponga que la Tierra es esférica.

Sección 6.4 Movimiento en presencia de fuerzas resistivas

26. Un paracaidista de 80.0 kg de masa salta desde un avión de lento movimiento y alcanza una rapidez terminal de 50.0 m/s. a) ¿Cuál es la aceleración del paracaidista cuando su rapidez es 30.0 m/s? ¿Cuál es la fuerza de arrastre sobre el paracaidista cuando su rapidez es b) 50.0 m/s? c) ¿Cuando es 30.0 m/s?
27. Un pequeño trozo de espuma de estireno, material de empaque, se suelta desde una altura de 2.00 m sobre el suelo. Hasta que llega a rapidez terminal, la magnitud de su aceleración se conoce mediante $a = g - bv$. Después de caer 0.500 m, la espuma de estireno en efecto alcanza su rapidez terminal y después tarda 5.00 s más en llegar al suelo. a) ¿Cuál es el valor de la constante b? b) ¿Cuál es la aceleración en $t = 0$? c) ¿Cuál es la aceleración cuando la rapidez es 0.150 m/s?
28. a) Estime la rapidez terminal de una esfera de madera (densidad 0.830 g/cm^3) que cae a través del aire, considere su radio como 8.00 cm y su coeficiente de arrastre como 0.500. b) ¿Desde qué altura un objeto en caída libre alcanzaría esta rapidez en ausencia de resistencia del aire?
29. Calcule la fuerza que se requiere para jalar una bola de cobre de 2.00 cm de radio hacia arriba a través de un fluido con rapidez constante de 9.00 cm/s. Considere la fuerza de arrastre proporcional a la rapidez, con constante de proporcionalidad 0.950 kg/s. Ignore la fuerza de flotación.
30. La masa de un automóvil deportivo es 1 200 kg. La forma del cuerpo es tal que el coeficiente de arrastre aerodinámico es 0.250 y el área frontal es 2.20 m^2. Si ignora todas las otras fuentes de fricción, calcule la aceleración inicial que tiene el automóvil si ha viajado a 100 km/h y ahora que cambia a neutral y lo deja deslizarse.
31. Una esfera pequeña de 3.00 g de masa se libera desde el reposo en $t = 0$ dentro de una botella de champú líquido. Se observa que la rapidez terminal es $v_T = 2.00$ cm/s. Encuentre: a) el

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

valor de la constante b en la ecuación 6.2, b) el tiempo t en el que la esfera alcanza $0.632v_T$ y c) el valor de la fuerza resistiva cuando la esfera alcanza su rapidez terminal.

32. **Problema de repaso.** Una policía encubierta jala un rodillo de goma por una ventana vertical muy alta. El rodillo tiene 160 g de masa y está montado en el extremo de una barra ligera. El coeficiente de fricción cinética entre el rodillo y el vidrio seco es 0.900. La agente lo presiona contra la ventana con una fuerza que tiene una componente horizontal de 4.00 N. a) Si ella jala el rodillo por la ventana a velocidad constante, ¿qué componente de fuerza vertical debe ejercer? b) La agente aumenta la componente de fuerza hacia abajo en 25.0%, pero todas las otras fuerzas permanecen iguales. Encuentre la aceleración del rodillo en esta situación. c) Luego el rodillo se mueve en una porción húmeda de la ventana, donde su movimiento ahora lo resiste una fuerza de arrastre de fluido proporcional a su velocidad de acuerdo con $R = -(20.0\ \text{N}\cdot\text{s/m})v$. Encuentre la velocidad terminal a la que se aproxima el rodillo, si supone que la agente ejerce la misma fuerza descrita en el inciso b).

33. Un objeto de 9.00 kg que parte del reposo cae a través de un medio viscoso y experimenta una fuerza resistiva $\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}}$, donde $\vec{\mathbf{v}}$ es la velocidad del objeto. El objeto alcanza un medio de su rapidez terminal en 5.54 s. a) Determine la rapidez terminal. b) ¿En qué tiempo la rapidez del objeto es tres cuartos de la rapidez terminal? c) ¿Qué distancia recorrió el objeto en los primeros 5.54 s de movimiento?

34. Considere un objeto sobre el que la fuerza neta es una fuerza resistiva proporcional al cuadrado de su rapidez. Por ejemplo, suponga que la fuerza resistiva que actúa sobre un patinador rápido es $f = -kmv^2$, donde k es una constante y m es la masa del patinador. El patinador cruza la línea de meta de una competencia en línea recta con rapidez v_0 y después disminuye su velocidad deslizándose sobre sus patines. Demuestre que la rapidez del patinador en cualquier tiempo t después de cruzar la línea final es $v(t) = v_0/(1 + ktv_0)$. Este problema también proporciona los antecedentes para los siguientes dos problemas.

35. a) Use el resultado del problema 34 para encontrar la posición x como función del tiempo para un objeto de masa m ubicado en $x = 0$ y que se mueve con velocidad $-v_0\,\hat{\mathbf{i}}$ en el tiempo $t = 0$, y a partir de ahí experimenta una fuerza neta $-kmv^2\,\hat{\mathbf{i}}$. b) Encuentre la velocidad del objeto como función de la posición.

36. En los juegos de beisbol de las grandes ligas es un lugar común mostrar en una pantalla la rapidez de cada lanzamiento. Esta rapidez se determina con una pistola radar dirigida por un operador colocado detrás de la almohadilla del bateador. La pistola usa el corrimiento Doppler de microondas reflejadas desde la bola de beisbol, como se estudiará en el capítulo 39. La pistola determina la rapidez en algún punto particular sobre la trayectoria de la bola, dependiendo de cuándo el operador jala el disparador. Puesto que la bola está sometida a una fuerza de arrastre debida al aire, frena conforme viaja 18.3 m hacia la almohadilla. Use el resultado del problema 35b) para encontrar cuánto disminuye su rapidez. Suponga que la bola deja la mano del lanzador a 90.0 mi/h = 40.2 m/s. Ignore su movimiento vertical. Use los datos acerca de bolas de beisbol del ejemplo 6.11 para determinar la rapidez del lanzamiento cuando cruza la almohadilla.

37. El conductor de un lancha de motor apaga su motor cuando su rapidez es 10.0 m/s y se desliza hasta el reposo. La ecuación que describe el movimiento de la lancha durante este periodo es $v = v_i e^{-ct}$, donde v es la rapidez en el tiempo t, v_i es la rapidez inicial y c es una constante. En $t = 20.0$ s, la rapidez es 5.00 m/s. a) Encuentre la constante c. b) ¿Cuál es la rapidez en $t = 40.0$ s? c) derive la expresión para $v(t)$ y muestre por esto que la aceleración de la lancha es proporcional a la rapidez en cualquier tiempo.

38. Usted puede sentir una fuerza de arrastre de aire sobre su mano si estira el brazo por afuera de una ventana abierta en un automóvil que se mueve rápidamente. *Nota:* No se ponga en peligro. ¿Cuál es el orden de magnitud de esta fuerza? En su solución, establezca las cantidades que mida o estime y sus valores.

Problemas adicionales

39. Un objeto de masa m se proyecta hacia adelante a lo largo del eje x con rapidez inicial v_0. La única fuerza sobre él es una fuerza resistiva proporcional a su velocidad, dada por $\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}}$. De manera concreta, podría visualizar un avión con flotadores que aterriza sobre un lago. La segunda ley de Newton aplicada al objeto es $bv\,\hat{\mathbf{i}} = m(dv/dt)\,\hat{\mathbf{i}}$. A partir del teorema fundamental del cálculo, esta ecuación diferencial implica que la rapidez cambia de acuerdo con

$$\int_{\text{inicio}}^{\text{un punto posterior}} \frac{dv}{v} = -\frac{b}{m}\int_0^t dt$$

Realice las integraciones para determinar la rapidez del objeto como función del tiempo. Bosqueje una gráfica de la rapidez como función del tiempo. ¿El objeto llega a un alto completo después de un intervalo de tiempo finito? ¿El objeto viaja una distancia finita para detenerse?

40. Un objeto de 0.400 kg se balancea en una trayectoria circular vertical sobre una cuerda de 0.500 m de largo. Si su rapidez es 4.00 m/s en lo alto del círculo, ¿cuál es la tensión en la cuerda en ese lugar?

41. a) Un carrusel de equipaje en un aeropuerto tiene la forma de una sección de un gran cono, y gira de manera estable en torno a su eje vertical. Su superficie metálica se inclina hacia abajo y al exterior y forma un ángulo de 20.0° con la horizontal. Una pieza de equipaje que tiene una masa de 30.0 kg se coloca sobre el carrusel, a 7.46 m del eje de rotación. La maleta viajera gira una vez en 38.0 s. Calcule la fuerza de fricción estática que ejerce el carrusel sobre la maleta. b) El motor conductor se cambia para girar el carrusel a una mayor relación de rotación constante, y la pieza de equipaje salta a otra posición, a 7.94 m del eje de rotación. Ahora, al dar una vuelta cada 34.0 s, la maleta está a punto de deslizarse. Calcule el coeficiente de fricción estática entre la maleta y el carrusel.

42. En una secadora de ropa doméstica, una tina cilíndrica que contiene ropa húmeda gira de manera estable en torno a un eje horizontal, como se muestra en la figura P6.42. De tal modo

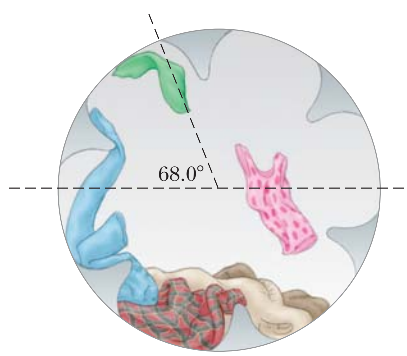


Figura P6.42

que las prendas se sequen uniformemente, se hacen rodar. La relación de rotación de la tina con paredes uniformes se elige de modo que una pequeña pieza de ropa perderá contacto con la tina cuando la ropa esté a un ángulo de 68.0° sobre la horizontal. Si el radio de la tina es 0.330 m, ¿qué cantidad de revolución se necesita?

43. En el capítulo 40 se estudiará el trabajo más importante del ganador del Nobel, Arthur Compton. Perturbado por los veloces automóviles afuera del edificio de física en la Universidad de Washington en St. Louis, Compton diseñó un tope y lo instaló. Suponga que un automóvil de 1 800 kg pasa sobre un tope en una autopista que sigue el arco de un círculo de 20.4 m de radio, como se muestra en la figura P6.43. a) ¿Qué fuerza ejerce el camino sobre el automóvil conforme éste pasa el punto más alto del tope, si viaja a 30.0 km/h? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál es la máxima rapidez que puede tener el automóvil mientras pasa el punto más alto sin perder contacto con el camino?

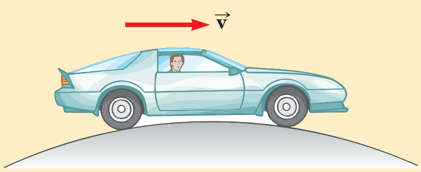


Figura P6.43 Problemas 43 y 44.

44. Un automóvil de masa m pasa sobre un tope en un camino que sigue el arco de un círculo de radio R, como se muestra en la figura P6.43. a) ¿Qué fuerza ejerce el camino sobre el automóvil mientras éste pasa el punto más alto del tope si viaja a una rapidez v? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál es la máxima rapidez que puede tener el automóvil mientras pasa el punto más alto sin perder contacto con el camino?

45. Interprete la gráfica de la figura 6.16b). Proceda del modo siguiente. a) Encuentre la pendiente de la línea recta, incluidas sus unidades. b) De la ecuación 6.6, $R = \frac{1}{2}D\rho Av^2$, identifique la pendiente teórica de una gráfica de fuerza resistiva en función de rapidez al cuadrado. c) Iguale las pendientes experimental y teórica y proceda a calcular el coeficiente de arrastre de los filtros. Use el valor para la densidad del aire que se menciona al final del libro. Modele el área de sección transversal de los filtros como el de un círculo de 10.5 cm de radio. d) Elija arbitrariamente los ocho puntos de información sobre la gráfica y encuentre su separación vertical de la línea de mejor ajuste. Exprese esta dispersión como un porcentaje. e) En un párrafo breve, establezca lo que demuestra la gráfica y compare lo que demuestra con la predicción teórica. Necesitará hacer referencia a las cantidades graficadas en los ejes, a la forma de la línea de la gráfica, a los puntos de información y a los resultados de los incisos c) y d).

46. ● Una vasija que rodea un drenaje tiene la forma de un cono circular que se abre hacia arriba, y en todas partes tiene un ángulo de 35.0° con la horizontal. Un cubo de hielo de 25.0 g se hace deslizar alrededor del cono sin fricción en un círculo horizontal de radio R. a) Encuentre la rapidez que debe tener el cubo de hielo como dependiente de R. b) ¿Es innecesaria alguna parte de la información para la solución? Suponga que R se hace dos veces más grande. c) ¿La rapidez requerida aumenta, disminuye o permanece constante? Si cambia, ¿en qué factor? d) ¿El tiempo requerido para cada revolución aumenta, disminuye o permanece constante? Si cambia, en qué factor? e) ¿Las respuestas a los incisos c) y d) parecen contradictorias? Explique cómo son consistentes.

47. Suponga que el vagón de la figura 6.12 es móvil con aceleración constante a hacia arriba de una colina que forma un ángulo ϕ con la horizontal. Si el péndulo forma un ángulo constante θ con la perpendicular al techo, ¿cuál es a?

48. El piloto de un avión ejecuta una maniobra de rizo con rapidez constante en un círculo vertical. La rapidez del avión es 300 mi/h; el radio del círculo es 1 200 pies. a) ¿Cuál es el peso aparente del piloto en el punto más bajo si su peso verdadero es 160 lb? b) ¿Cuál es su peso aparente en el punto más alto? c) **¿Qué pasaría si?** Describa cómo experimentaría el piloto la sensación de ausencia de peso si puede variar el radio y la rapidez. *Nota:* Su peso aparente es igual a la magnitud de la fuerza que ejerce el asiento sobre su cuerpo.

49. Ya que la Tierra gira en torno a su eje, un punto sobre el ecuador experimenta una aceleración centrípeta de 0.033 7 m/s^2, mientras que un punto en los polos no experimenta aceleración centrípeta. a) Muestre que, en el ecuador, la fuerza gravitacional sobre un objeto debe superar la fuerza normal que se requiere para sostener el objeto. Esto es, demuestre que el peso verdadero del objeto supera su peso aparente. b) ¿Cuál es el peso aparente en el ecuador y en los polos de una persona que tiene una masa de 75.0 kg? Suponga que la Tierra es una esfera uniforme y considere $g = 9.800\ m/s^2$.

50. ● Un disco de aire de masa m_1 se une a una cuerda y se le permite girar en un círculo de radio R sobre una mesa sin fricción. El otro extremo de la cuerda pasa a través de un pequeño orificio en el centro de la mesa, y una carga de masa m_2 se une a la cuerda (figura P6.50). La carga suspendida permanece en equilibrio mientras que el disco en la tabla da vueltas. ¿Cuáles son a) la tensión en la cuerda, b) la fuerza radial que actúa sobre el disco y c) la rapidez del disco? d) Describa cualitativamente qué ocurrirá en el movimiento del disco si el valor de m_2 aumenta un poco al colocar una carga adicional sobre él. e) Describa cualitativamente qué ocurrirá en el movimiento del disco si el valor de m_2 disminuye al remover una parte de la carga suspendida.

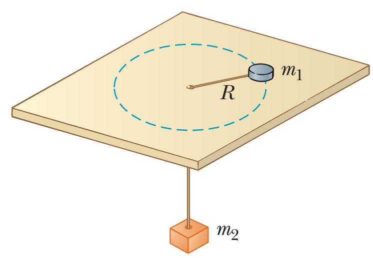


Figura P6.50

51. ● Mientras aprende a conducir, usted está en un automóvil de 1 200 kg que se mueve a 20.0 m/s a través de un gran estacionamiento vacío y a nivel. Súbitamente se da cuenta de que se dirige justo hacia una pared de ladrillos de un gran supermercado y está en peligro de chocar con ella. El pavimento puede ejercer una fuerza horizontal máxima de 7 000 N sobre el automóvil. a) Explique por qué debe esperar que la fuerza tenga un valor máximo bien definido. b) Suponga que pisa los frenos y no gira el volante. Encuentre la distancia mínima a la que debe estar de la pared para evitar un choque. c) Si no frena y en vez de ello mantiene rapidez constante y gira el volante, ¿cuál es la distancia mínima a la que debe estar de la pared para evitar un choque? d) ¿Cuál método, b) o c), es mejor para evitar una colisión? O, ¿debe usar tanto frenos como volante, o ninguno? Explique. e) ¿La conclusión del inciso d) depende de los valores numéricos que se proporcionan en este problema, o es verdad en general? Explique.

52. Suponga que una rueda de la fortuna gira cuatro veces cada minuto. Lleva a cada carro alrededor de un círculo de 18.0 m de diámetro. a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de un pasajero? ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre un pasajero de 40.0 kg? b) en el punto más bajo del viaje y c) en el punto más alto del viaje? d) ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre un pasajero cuando está a la mitad entre las partes superior e inferior?

53. Un juego en un parque de diversiones consiste en una plataforma circular giratoria de 8.00 m de diámetro de donde asientos de 10.0 kg están suspendidos en el extremo de las cadenas sin masa de 2.50 m (figura P6.53). Cuando el sistema gira, las cadenas forman un ángulo $\theta = 28.0°$ con la vertical. a) ¿Cuál es la rapidez de cada asiento? b) Dibuje un diagrama de cuerpo libre de un niño de 40.0 kg que viaja en un asiento y encuentre la tensión en la cadena.

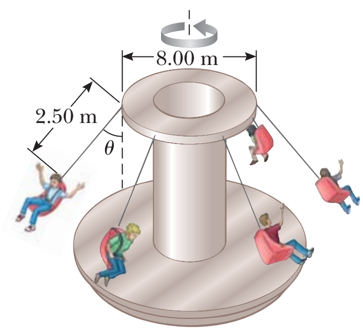


Figura P6.53

54. Una porción de masilla inicialmente se ubica en el punto A en el borde de una rueda de molino que gira en torno a un eje horizontal. La masilla se desplaza del punto A cuando el diámetro a través de A es horizontal. Luego se eleva verticalmente y regresa a A en el instante en que la rueda completa una revolución. a) Encuentre la rapidez de un punto sobre el borde de la rueda en términos de la aceleración debida a la gravedad y el radio R de la rueda. b) Si la cantidad de masilla es m, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que la mantiene en la rueda?

55. ● Un juego en un parque de diversiones consiste en un gran cilindro vertical que gira en torno a su eje lo suficientemente rápido para que cualquier persona en su interior se mantenga contra la pared cuando el suelo se aleja (figura P6.55). El coeficiente de fricción estática entre la persona y la pared es μ_s y el radio del cilindro es R. a) Demuestre que el periodo de revolución máximo necesario para evitar que la persona caiga es $T = (4\pi^2 R\mu_s/g)^{1/2}$. b) Obtenga un valor numérico para T, considere $R = 4.00$ m y $\mu_s = 0.400$. ¿Cuántas revoluciones por minuto realiza el cilindro? c) Si la relación de revolución del cilindro se hace un poco mayor, ¿qué ocurre con la magnitud de cada una de las fuerzas que actúan sobre la persona? ¿Qué ocurre en el movimiento de la persona? d) Si en vez de ello la relación de revolución del cilindro se hace un poco más pequeña, ¿qué ocurre con la magnitud de cada una de las fuerzas que actúan sobre la persona? ¿Qué ocurre en el movimiento de la persona?

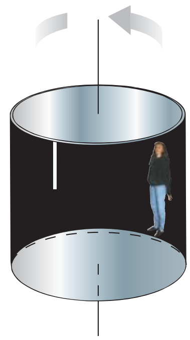


Figura P6.55

56. *Un ejemplo del efecto Coriolis.* Suponga que la resistencia del aire es despreciable para una bola de golf. Un golfista saca desde una posición precisamente a $\phi_i = 35.0°$ latitud norte. Golpea la bola hacia el sur, con un alcance de 285 m. La velocidad inicial de la bola está a 48.0° sobre la horizontal. a) ¿Cuánto tiempo la bola está en vuelo? El hoyo está hacia el sur de la posición del golfista, y haría un hoyo en uno si la Tierra no gira. La rotación de la Tierra hace que el tee se mueva en un círculo de radio $R_E \cos \phi_i = (6.37 \times 10^6 \text{ m}) \cos 35.0°$, como se muestra en la figura P6.56. El tee completa una revolución cada día. b) Encuentre la rapidez hacia el este del tee, en relación con las estrellas. El hoyo también se mueve al este, pero está 285 m más al sur y por tanto a una latitud ligeramente menor ϕ_f. Dado que el hoyo se mueve en un círculo ligeramente más grande, su rapidez debe ser mayor que la del tee. c) ¿Por cuánto la rapidez del hoyo supera la del tee? Durante el intervalo de tiempo en que la bola está en vuelo, se mueve arriba y abajo así como al sur con el movimiento de proyectil que estudió en el capítulo 4, pero también se mueve al este con la rapidez que encontró en el inciso b). Sin embargo, el hoyo se mueve al este a una rapidez mayor, y jala la bola con la rapidez relativa que encontró en el inciso c). d) ¿A qué distancia hacia el oeste del hoyo aterriza la bola?

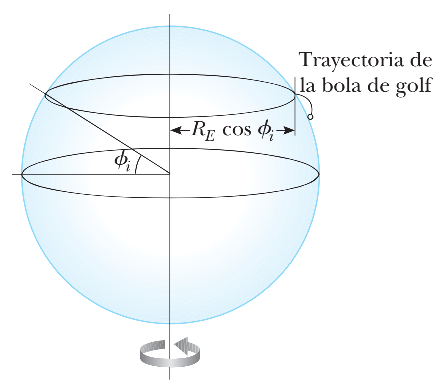


Figura P6.56

57. Un automóvil recorre una curva peraltada como se muestra en la figura 6.5. El radio de curvatura del camino es R, el ángulo de peralte es θ y el coeficiente de fricción estática es μ_s. a) Determine el intervalo de rapidez que puede tener el automóvil sin deslizarse arriba o abajo del peralte. b) Encuentre el valor mínimo para μ_s tal que la rapidez mínima sea cero. c) ¿Cuál es el intervalo de rapidez posible si $R = 100$ m, $\theta = 10.0°$ y $\mu_s = 0.100$ (condiciones de deslizamiento)?

58. ● Una sola cuenta puede deslizarse con fricción despreciable sobre un alambre rígido que se dobló en una espira circular de 15.0 cm de radio, como se muestra en la figura P6.58. El círculo siempre está en un plano vertical y gira de manera estable en torno a su diámetro vertical con a) un periodo de 0.450 s. La posición de la cuenta se describe mediante el ángulo θ que la línea radial, desde el centro de la espira a la cuenta, forma con la vertical. ¿A qué ángulo arriba del fondo del círculo puede permanecer la cuenta sin movimiento en relación con el círculo que gira? b) **¿Qué pasaría si?** Repita el problema y considere que el periodo de rotación del círculo es 0.850 s. c) Describa cómo la solución al inciso b) es fundamentalmente diferente de la solución al inciso a). Para cualquier periodo o tamaño de espira, ¿siempre hay un ángulo al que la cuenta puede permanecer quieta en relación con la espira? ¿Alguna vez hay más de dos ángulos? Arnold Arons sugirió la idea para este problema.

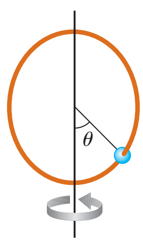


Figura P6.58

59. La expresión $F = arv + br^2v^2$ da la magnitud de la fuerza resistiva (en newtons) que se ejerce sobre una esfera de radio r (en metros) por una corriente de aire que se mueve con rapidez v (en metros por segundo), donde a y b son constantes con unidades del SI apropiadas. Sus valores numéricos son $a = 3.10 \times 10^{-4}$ y $b = 0.870$. Con esta expresión encuentre la rapidez terminal para gotas de agua que caen bajo su propio peso en aire y considere los siguientes valores para los radios de gotas: a) 10.0 μm, b) 100 μm, c) 1.00 mm. Para a) y c), puede obtener respuestas precisas sin resolver una ecuación cuadrática al considerar cuál de las dos contribuciones a la resistencia del aire es dominante e ignorar la contribución menor.

60. A los integrantes de un club de paracaidismo se les dieron los siguientes datos para usar en la planeación de sus saltos. En la tabla, d es la distancia que cae desde el reposo un paracaidista en una "posición extendida estable en caída libre" en función del tiempo de caída t. a) Convierta las distancias en pies a metros. b) Grafique d (en metros) en función de t. c) Determine el valor de la rapidez terminal v_T al encontrar la pendiente de la porción recta de la curva. Aplique un ajuste de mínimos cuadrados para determinar esta pendiente.

t (s)	d (ft)	t (s)	d (ft)	t (s)	d (ft)
0	0	7	652	14	1 831
1	16	8	808	15	2 005
2	62	9	971	16	2 179
3	138	10	1 138	17	2 353
4	242	11	1 309	18	2 527
5	366	12	1 483	19	2 701
6	504	13	1 657	20	2 875

61. Un aeroplano a escala de 0.750 kg de masa vuela con una rapidez de 35.0 m/s en un círculo horizontal en el extremo de un alambre de control de 60.0 m. Calcule la tensión en el alambre, si supone que forma un ángulo constante de 20.0° con la horizontal. Las fuerzas que se ejercen sobre el aeroplano son el jalón del alambre de control, la fuerza gravitacional y la sustentación aerodinámica que actúa a 20.0° hacia adentro desde la vertical, como se muestra en la figura P6.61.

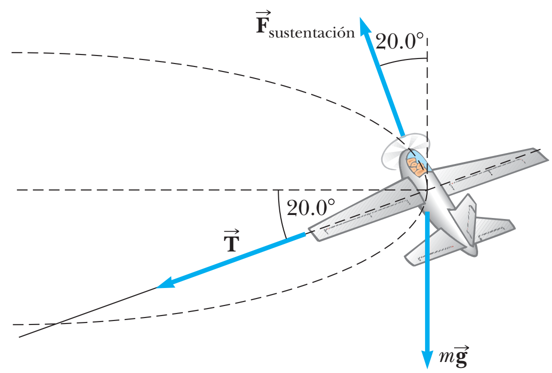


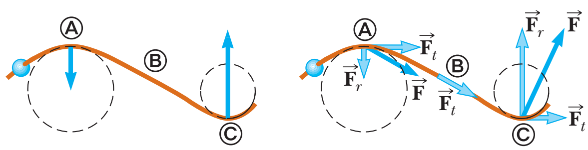
Figura P6.61

62. ● Galileo pensó acerca de si la aceleración debía definirse como la relación de cambio de la velocidad en el tiempo o como la relación de cambio en velocidad en la distancia. Él eligió la anterior, así que use el nombre "vroomosidad" para la relación de cambio de la velocidad en el espacio. Para el movimiento de una partícula en una línea recta con aceleración constante, la ecuación $v = v_i + at$ da su velocidad v como función del tiempo. De igual modo, para el movimiento lineal de una partícula con vroomosidad constante k, la ecuación $v = v_i + kx$ da la velocidad como función de la posición x si la rapidez de la partícula es v_i en $x = 0$. a) Encuentre la ley que describe la fuerza total que actúa sobre este objeto, de masa m. Describa un ejemplo de tal movimiento o explique por qué tal movimiento es irreal. Considere b) la posibilidad de k positiva y también c) la posibilidad de k negativa.

Respuestas a las preguntas rápidas

6.1. **i)**, a). La fuerza normal siempre es perpendicular a la superficie que aplica la fuerza. Ya que su automóvil mantiene su orientación en todos los puntos en el viaje, la fuerza normal siempre es hacia arriba. **ii)**, b) Su aceleración centrípeta es hacia abajo, hacia el centro del círculo, de modo que la fuerza neta sobre usted debe ser hacia abajo.

6.2. a). Ya que la rapidez es constante, la única dirección que puede tener la fuerza es de aceleración centrípeta. La fuerza es mayor en Ⓒ que en Ⓐ porque el radio en Ⓒ es más pequeño. No hay fuerza en Ⓑ porque el alambre está recto. b) Además de las fuerzas en la dirección centrípeta en a), ahora hay fuerzas tangenciales para proporcionar la aceleración tangencial. La fuerza tangencial es la misma en los tres puntos porque la aceleración tangencial es constante.



a) b)

PR6.2

6.3. c). Las únicas fuerzas que actúan sobre el pasajero son la fuerza de contacto con la puerta y la fuerza de fricción del asiento. Ambas son fuerzas reales y ambas actúan hacia la izquierda en la figura 6.10. En un diagrama de fuerza nunca se dibujan las fuerzas de fricción.

6.4. a). El balón de basquetbol, que tiene un área de sección transversal más grande, tendrá una fuerza mayor, debido a la resistencia del aire, que la pelota de beisbol, lo que resultará en una aceleración hacia abajo más pequeña.