Mecánica

La física, fundamental entre las ciencias físicas, se ocupa de los principios esenciales del Universo. Es el cimiento sobre el que se erigen las otras ciencias: astronomía, biología, química y geología. La belleza de la física consiste en la simplicidad de sus principios cardinales y en la forma en que sólo un pequeño número de conceptos y modelos modifica y expande nuestra visión del mundo circundante.

El estudio de la física se divide en seis áreas primordiales:

1. *mecánica clásica*, estudia el movimiento de los objetos que son grandes en relación con los átomos y se mueven con una rapidez mucho más lenta que la de la luz;
2. *relatividad*, teoría que describe los objetos que se mueven con cualquier rapidez, incluso los que se aproximan a la rapidez de la luz;
3. *termodinámica*, trata del calor, el trabajo, la temperatura y el comportamiento estadístico de los sistemas con gran número de partículas;
4. *electromagnetismo*, le competen la electricidad, el magnetismo y los campos electromagnéticos;
5. *óptica*, estudia el comportamiento de la luz y su interacción con los materiales;
6. *mecánica cuántica*, un conjunto de teorías que conectan el comportamiento de la materia al nivel submicroscópico con las observaciones macroscópicas.

Las disciplinas de la mecánica y el electromagnetismo son primordiales para todas las otras ramas de la física clásica (desarrollada antes de 1900) y la física moderna (c. 1900–presente). La primera parte de este libro estudia a la mecánica clásica, conocida como *mecánica newtoniana* o simplemente *mecánica*. Muchos principios y modelos que se aplican para comprender los sistemas mecánicos conservan su importancia en las teorías de otras áreas de la física y sirven para describir muchos fenómenos naturales. Debido a eso, la mecánica clásica es trascendente para los estudiantes de todas las disciplinas.

Coche eléctrico en display en la ciudad de San Francisco. Los automóviles eléctricos, así como los vehículos impulsados por gasolina y los vehículos híbridos usan muchos de los conceptos y principios de la mecánica que se estudiarán en esta primera parte del libro. Las cantidades que se usan para describir el manejo de los vehículos incluyen posición, velocidad, aceleración, fuerza, energía y cantidad de movimiento. (© Eric Broder Van Dyke/Shutterstock)

Acercamiento a los engranes de un reloj mecánico. Durante siglos el hombre ha construido complicadas máquinas con la finalidad de hacer una medición precisa del tiempo. El tiempo es una de las cantidades básicas que se usan al estudiar el movimiento de los objetos. (© Photographer's Choice/Getty Images)

1 Física y medición

Como todas las otras ciencias, la física se sustenta en observaciones experimentales y mediciones cuantitativas. Los objetivos principales de la física son identificar un número limitado de leyes fundamentales que rigen los fenómenos naturales y usarlas para desarrollar teorías capaces de anticipar los resultados experimentales. Las leyes fundamentales que se usan para elaborar teorías se expresan en el lenguaje de las matemáticas, la herramienta que proporciona un puente entre teoría y experimento.

Cuando hay discrepancia entre el pronóstico de una teoría y un resultado experimental, es necesario formular teorías nuevas o modificadas para resolver la discrepancia. Muchas veces una teoría es satisfactoria sólo bajo condiciones limitadas; a veces una teoría general es satisfactoria sin ciertas limitaciones. Por ejemplo, las leyes del movimiento descubiertas por Isaac Newton (1642–1727) describen con precisión el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces normales pero no se aplica a objetos que se mueven con rapideces comparables con la velocidad de la luz. En contraste, la teoría especial de la relatividad, desarrollada más tarde por Albert Einstein (1879–1955), da los mismos resultados que las leyes de Newton a bajas rapideces pero también hace una descripción correcta del movimiento de los objetos con rapideces que se aproximan a la rapidez de la luz. Por lo tanto, la teoría especial de la relatividad de Einstein es una teoría de movimiento más general que la formada por las leyes de Newton.

La *física clásica* incluye los principios de la mecánica clásica, la termodinámica, la óptica y el electromagnetismo desarrollados antes de 1900. Newton realizó importantes contribuciones a la física clásica y también fue uno de los creadores del cálculo como herramienta matemática. Durante el siglo XVIII continuaron los grandes adelantos en la mecánica, pero los campos de la termodinámica y el electromagnetismo no se desplegaron hasta la parte final del siglo XIX, principalmente porque antes de esa época los aparatos para experimentos controlados en estas disciplinas eran o muy burdos o no estaban a disposición.

Una gran revolución en la física, conocida como *física moderna*, comenzó hacia el final del siglo XIX. La física moderna nació primordialmente porque la física clásica no era capaz de explicar muchos fenómenos físicos. En esta era moderna hubo dos hitos, las teorías de la relatividad y de la mecánica cuántica. La teoría especial de la relatividad de Einstein no sólo describe en forma correcta el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces comparables con la rapidez de la luz; también modifica por completo los conceptos tradicionales de espacio, tiempo y energía. Además, la teoría muestra que la rapidez de la luz es el límite superior de la rapidez de un objeto y que la masa y la energía están relacionadas. La mecánica cuántica la formularon algunos científicos distinguidos para proporcionar descripciones de los fenómenos físicos a nivel atómico. Con los principios de la mecánica cuántica se han construido muchos dispositivos prácticos.

Los científicos hacen un trabajo constante por el mejoramiento en la comprensión de las leyes fundamentales. En tiempos recientes numerosos avances tecnológicos han resultado de los esfuerzos de muchos científicos, ingenieros y técnicos, tales como exploraciones planetarias no tripuladas y alunizajes tripulados, los microcircuitos y las computadoras de alta velocidad, las complejas técnicas de visualización que se usan en la investigación científica y la medicina, y muchos resultados notables en ingeniería genética. Los impactos de dichos desarrollos y descubrimientos en la sociedad han sido colosales, y es muy probable que los futuros descubrimientos y desarrollos serán excitantes, desafiantes y de gran beneficio para la humanidad.

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

Para describir los fenómenos naturales, es necesario hacer mediciones de varios aspectos de la naturaleza. Cada medición se asocia con una cantidad física, tal como la longitud de un objeto.

Si tuviese que reportar los resultados de una medición a alguien que desea reproducir esa medición, tendría que definir un *estándar*. Sería absurdo que un visitante de otro planeta le hablara de una longitud de 8 “glitches”, si no conoce el significado de la unidad glitch. Por otra parte, si alguien familiarizado con el sistema de medición reporta que una pared tiene 2 metros de alto y la unidad de longitud se define como 1 metro, se sabe que la altura de la pared es el doble de la unidad de longitud básica. Cualquier unidad que se elija como estándar debe ser accesible y poseer alguna propiedad que se pueda medir confiablemente. Los estándares de medición que diferentes personas de lugares distintos aplican en el Universo, deben producir el mismo resultado. Además, los estándares que se usan para mediciones no deben cambiar con el tiempo.

En 1960 un comité internacional estableció un conjunto de estándares para las cantidades fundamentales de la ciencia. Se llama **SI** (Sistema Internacional) y sus unidades fundamentales de longitud, masa y tiempo son *metro*, *kilogramo* y *segundo*, respectivamente. Otros estándares para las unidades fundamentales SI establecidas por el comité son las de temperatura (el *kelvin*), corriente eléctrica (el *ampere*), la intensidad luminosa (la *candela*) y la cantidad de sustancia (el *mol*).

Las leyes de la física se expresan como relaciones matemáticas entre cantidades físicas que se presentarán y discutirán en todas las partes del libro. En mecánica, las tres cantidades fundamentales son longitud, masa y tiempo. Todas las cantidades en mecánica se expresan en términos de estas tres.

Longitud

La distancia entre dos puntos en el espacio se identifica como **longitud**. En 1120 el rey de Inglaterra decretó que el estándar de longitud en su país se llamaría *yarda* y sería precisamente igual a la distancia desde la punta de su nariz hasta el final de su brazo extendido. De igual modo, el estándar original para el pie adoptado por los franceses era la longitud del pie real del rey Luis XIV. Ninguno de dichos estándares es constante en el tiempo; cuando un nuevo rey subía al trono, ¡cambiaban las longitudes! El estándar francés prevaleció hasta 1799, cuando el estándar legal de longitud en Francia se volvió el **metro** (m), definido como una diezmillonésima de la distancia del ecuador al Polo Norte a lo largo de una línea longitudinal particular que pasa por París. Observe que este valor es un estándar razonado en la Tierra, que no satisface el requerimiento de que se puede usar a través del Universo.

Tan recientemente como 1960, la longitud del metro se definió como la distancia entre dos líneas en una específica barra de platino–iridio que se almacena bajo condiciones controladas en Francia. Sin embargo, los requerimientos actuales de la ciencia y la tecnología necesitan más precisión que la dada por la separación entre las líneas en la barra. En las décadas de los sesenta y setenta del milenio pasado, el metro se definió como 1 650 763.73 longitudes de onda[1] de la luz naranja–rojo emitida de una lámpara de criptón 86. No obstante, en octubre de 1983, el metro se redefinió como **la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un tiempo de 1/299 792 458 segundos**. En efecto, esta última definición establece que la rapidez de la luz en el vacío es precisamente 299 792 458 metros por segundo. Esta definición del metro es válida a través del Universo respecto a la suposición de que la luz es la misma en todas partes.

La tabla 1.1 menciona valores aproximados de algunas longitudes observadas. Debe estudiar esta tabla, así como las siguientes dos tablas y comenzar a desarrollar una intuición de lo que significa, por ejemplo, una longitud de 20 centímetros, una masa de 100 kilogramos o un intervalo de tiempo de 3.2×10^7 segundos.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.1

Valores razonables

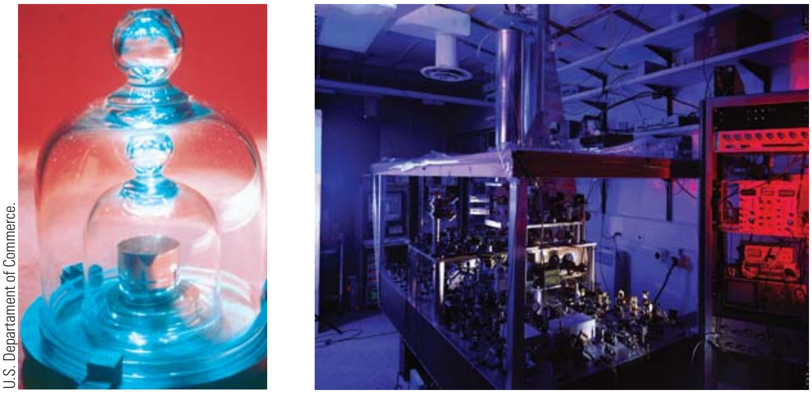
Es importante desarrollar la intuición acerca de valores típicos de cantidades cuando se resuelven problemas, porque debe pensar acerca de su resultado final y determinar si parece razonable. Si calcula la masa de una mosca y llega a un valor de 100 kg, esta respuesta es *irracional* y hay un error en alguna parte.

TABLA 1.1

Valores aproximados de algunas longitudes medidas

	Longitud (m)
Distancia de la Tierra al quasar conocido más remoto	1.4×10^{26}
Distancia de la Tierra a las galaxias normales más remotas	9×10^{25}
Distancia de la Tierra a la galaxia grande más cercana (Andrómeda)	2×10^{22}
Distancia del Sol a la estrella más cercana (Proxima Centauri)	4×10^{16}
Un año luz	9.46×10^{15}
Radio orbital medio de la Tierra en torno al Sol	1.50×10^{11}
Distancia media de la Tierra a la Luna	3.84×10^{8}
Distancia del ecuador al Polo Norte	1.00×10^{7}
Radio medio de la Tierra	6.37×10^{6}
Altitud típica (sobre la superficie) de un satélite que orbita la Tierra	2×10^{5}
Longitud de un campo de futbol	9.1×10^{1}
Longitud de una mosca	5×10^{-3}
Tamaño de las partículas de polvo más pequeñas	$\sim 10^{-4}$
Tamaño de las células de la mayoría de los organismos vivientes	$\sim 10^{-5}$
Diámetro de un átomo de hidrógeno	$\sim 10^{-10}$
Diámetro de un núcleo atómico	$\sim 10^{-14}$
Diámetro de un protón	$\sim 10^{-15}$

[1] Se usará la notación internacional estándar para números con más de tres dígitos, en éstos los grupos de tres dígitos se separan por espacios en lugar de comas. Por lo tanto, 10 000 es lo mismo que la notación estadounidense común de 10,000. De igual modo, $\pi = 3.14159265$ se escribe como 3.141 592 65.



a) b)

Figura 1.1 a) El Kilogramo Estándar Nacional núm. 20, una copia exacta del Kilogramo Estándar Internacional que se conserva en Sèvres, Francia, se alberga bajo una doble campana en una bóveda en el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST). b) El estándar de tiempo primario en Estados Unidos es un reloj atómico con fuente de cesio desarrollado en los laboratorios del NIST en Boulder, Colorado. El reloj nunca ganará ni perderá un segundo en 20 millones de años.

Masa

La unidad fundamental del SI de **masa**, el **kilogramo** (kg), es definido como **la masa de un cilindro de aleación platino–iridio específico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia**. Esta masa estándar fue establecida en 1887 y no ha cambiado desde esa época porque el platino–iridio es una aleación inusualmente estable. Un duplicado del cilindro de Sèvres se conserva en el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST, por sus siglas en inglés), en Gaithersburg, Maryland (figura 1.1a). La tabla 1.2 menciona valores aproximados de las masas de varios objetos.

TABLA 1.2

Masas aproximadas de varios objetos

	Masa (kg)
Universo observable	$\sim 10^{52}$
Galaxia Vía Láctea	$\sim 10^{42}$
Sol	1.9×10^{30}
Tierra	5.98×10^{24}
Luna	7.36×10^{22}
Tiburón	$\sim 10^{3}$
Humano	$\sim 10^{2}$
Rana	$\sim 10^{-1}$
Mosquito	$\sim 10^{-5}$
Bacteria	$\sim 1 \times 10^{-15}$
Átomo de hidrógeno	1.67×10^{-27}
Electrón	9.11×10^{-31}

Tiempo

Antes de 1960 el estándar de **tiempo** fue definido en términos del *día solar medio* hacia el año 1900. (Un día solar es el intervalo de tiempo entre apariciones sucesivas del Sol en el punto más alto que alcanza en el cielo cada día.) La unidad fundamental de un **segundo** (s) fue definida como $(\frac{1}{60})(\frac{1}{60})(\frac{1}{24})$ de un día solar medio. Ahora se sabe que la rotación de la Tierra varía ligeramente con el tiempo. Debido a eso, este movimiento no proporciona un tiempo estándar que sea constante.

En 1967 el segundo fue redefinido para sacar ventaja de la enorme precisión que se logra con un dispositivo conocido como *reloj atómico* (figura 1.1b), que mide vibraciones de átomos de cesio. Ahora un segundo se define como **9 192 631 770 veces el periodo de vibración de la radiación del átomo de cesio 133.**[2] En la tabla 1.3 se presentan valores aproximados de intervalos de tiempo.

TABLA 1.3

Valores aproximados de algunos intervalos de tiempo

	Intervalo de tiempo (s)
Edad del Universo	5×10^{17}
Edad de la Tierra	1.3×10^{17}
Edad promedio de un estudiante universitario	6.3×10^{8}
Un año	3.2×10^{7}
Un día	8.6×10^{4}
Un periodo de clase	3.0×10^{3}
Intervalo de tiempo entre latidos normales	8×10^{-1}
Periodo de ondas sonoras audibles	$\sim 10^{-3}$
Periodo de ondas de radio típicas	$\sim 10^{-6}$
Periodo de vibración de un átomo en un sólido	$\sim 10^{-13}$
Periodo de ondas de luz visible	$\sim 10^{-15}$
Duración de una colisión nuclear	$\sim 10^{-22}$
Intervalo de tiempo para que la luz cruce un protón	$\sim 10^{-24}$

[2] El *periodo* se define como el intervalo de tiempo necesario para una vibración completa.

TABLA 1.4

Prefijos para potencias de diez

Potencia	Prefijo	Abreviatura	Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{-24}	yocto	y	10^{3}	kilo	k
10^{-21}	zepto	z	10^{6}	mega	M
10^{-18}	atto	a	10^{9}	giga	G
10^{-15}	femto	f	10^{12}	tera	T
10^{-12}	pico	p	10^{15}	peta	P
10^{-9}	nano	n	10^{18}	exa	E
10^{-6}	micro	μ	10^{21}	zetta	Z
10^{-3}	mili	m	10^{24}	yotta	Y
10^{-2}	centi	c			
10^{-1}	deci	d			

Además del SI, otro sistema de unidades, el *sistema usual estadounidense*, todavía se utiliza en Estados Unidos a pesar de la aceptación del SI en el resto del mundo. En este sistema las unidades de longitud, masa y tiempo son pie (ft), slug y segundo, respectivamente. En este libro se usarán las unidades del SI porque tienen aceptación mundial en la ciencia y en la industria. En el estudio de la mecánica clásica se hará un uso limitado de las unidades estadounidenses usuales.

Además de las unidades del SI fundamentales de metro, kilogramo y segundo, también se usan otras unidades, como milímetros y nanosegundos, donde los prefijos *mili* y *nano* denotan multiplicadores de las unidades básicas establecidas en varias potencias de diez. En la tabla 1.4 se citan los prefijos para las diversas potencias de diez y sus prefijos. Por ejemplo, 10^{-3} m es equivalente a 1 milímetro (mm), y 10^{3} m corresponde a 1 kilómetro (km). Del mismo modo, 1 kilogramo (kg) es 10^{3} gramos (g), y 1 megavolt (MV) es 10^{6} volts (V).

Las variables longitud, tiempo y masa son ejemplos de *cantidades fundamentales*. La mayoría de las otras variables son *cantidades deducidas*, aquellas expresadas como una combinación matemática de cantidades fundamentales. Ejemplos comunes son *área* (un producto de dos longitudes) y *rapidez* (una relación de una longitud a un intervalo de tiempo).

Al final del libro aparece una tabla con las letras del alfabeto griego ►

Otro ejemplo de una cantidad deducida es la **densidad**. La densidad ρ (letra griega ro) de cualquier sustancia se define como su *masa por unidad de volumen*:

$$\rho \equiv \frac{m}{V} \tag{1.1}$$

En términos de cantidades fundamentales, la densidad es una proporción de una masa a un producto de tres longitudes. Por ejemplo, el aluminio tiene una densidad de 2.70×10^{3} kg/m^{3}, y el hierro tiene una densidad de 7.86×10^{3} kg/m^{3}. Es factible pensar en una diferencia extrema en densidad al imaginar que sostiene un cubo de 10 centímetros (cm) de espuma de estireno en una mano y un cubo de 10 cm de plomo en la otra. Vea la tabla 14.1 del capítulo 14 para densidades de diferentes materiales.

Pregunta rápida 1.1 En un taller mecánico se producen dos levas, una de aluminio y la otra de hierro. Ambas levas tienen la misma masa. ¿Cuál leva es más larga? a) La leva de aluminio es más larga. b) La leva de hierro es más larga. c) Ambas levas tienen el mismo tamaño.

1.2 Materia y construcción de modelos

Si los físicos no pueden interactuar directamente con algunos fenómenos, con frecuencia imaginan un **modelo** para un sistema físico que se relaciona con el fenómeno. Por ejemplo, no existe la capacidad para interactuar con los átomos, porque son demasiado pequeños. Por lo tanto, se construye un modelo mental de un átomo respecto a un sistema de un núcleo y uno o más electrones alrededor del núcleo. Una vez identificados los componentes físicos del modelo, se hacen pronósticos acerca de su comportamiento en función de las interacciones entre los componentes del sistema o la interacción entre el sistema y el ambiente externo al sistema.

Como ejemplo, considere el comportamiento de la *materia*. Un cubo de 1 kg de oro sólido, como el que aparece en la parte superior de la figura 1.2, tiene una longitud de 3.73 cm por lado. ¿Este cubo no es más que oro de pared a pared, sin espacio vacío? Si el cubo se corta por la mitad, las dos piezas todavía conservan su identidad química como oro sólido. ¿Y si las piezas se cortan de nuevo, una y otra vez, de manera indefinida? ¿Las partes más pequeñas siempre serán oro? Tales preguntas se pueden rastrear hasta los antiguos filósofos griegos. Dos de ellos, Leucipo y su discípulo Demócrito, no podían aceptar la idea de que tales cortes continuaran por siempre. Elaboraron un modelo para la materia al especular que el proceso a final de cuentas debe terminar cuando produzca una partícula que ya no se pueda cortar. En griego, *atomos* significa "sin corte". De este término griego proviene la palabra *átomo*.

El modelo griego de la estructura de la materia fue que toda la materia ordinaria consiste de átomos, como se sugiere en la mitad de la figura 1.2. Más allá de esto, ninguna estructura adicional se especificó en el modelo; los átomos eran pequeñas partículas que interactuaban unas con otras, pero la estructura interna del átomo no era parte del modelo.

En 1897, J. J. Thomson identificó al electrón como una partícula cargada que es constituyente del átomo. Esto condujo al primer modelo atómico que contenía estructura interna. Este modelo se discutirá en el capítulo 42.

Después del descubrimiento del núcleo en 1911, se elaboró un modelo atómico en el que cada átomo estaba constituido de electrones que rodean un núcleo central. En la figura 1.2 se muestra un núcleo de oro. Sin embargo, este modelo condujo a una nueva pregunta: ¿el núcleo tiene estructura? Esto es: ¿el núcleo es una sola partícula o una colección de partículas? A partir de 1930 evolucionó un modelo que describía dos entidades básicas en el núcleo: protones y neutrones. El protón porta una carga eléctrica positiva; y un elemento químico se identifica por el número de protones en su núcleo. Esta cantidad se llamó **número atómico** del elemento. Por ejemplo, el núcleo de un átomo de hidrógeno contiene un protón (de modo que el número atómico del hidrógeno es 1), el núcleo de un átomo de helio contiene dos protones (número atómico 2) y el núcleo de un átomo de uranio contiene 92 protones (número atómico 92). Además del número atómico, una segunda cantidad, el **número de masa**, que se define como el número de protones más neutrones en un núcleo, caracteriza a los átomos. El número atómico de un elemento específico nunca varía (es decir, el número de protones no cambia) pero el número de masa sí varía (es decir, el número de neutrones cambia).

Sin embargo, ¿ahí se detiene el proceso de división? Ahora se sabe que protones, neutrones y un cúmulo de otras partículas exóticas están compuestas de seis diferentes variedades de partículas llamadas **quarks**, a las que se les ha dado los nombres de *arriba, abajo, extraño, encanto, fondo* y *cima*. Los quarks arriba, encanto y cima tienen cargas eléctricas de $+\frac{2}{3}$ del protón, mientras que los quarks abajo, extraño y fondo tienen cargas eléctricas de $-\frac{1}{3}$ del protón. El protón consiste de dos quarks arriba y un quark abajo, como se muestra en la parte inferior de la figura 1.2 y etiquetados u y d. Esta estructura predice la carga correcta para el protón. Del mismo modo, el neutrón consiste de dos quarks abajo y un quark arriba, lo que da una carga neta de cero.

Conforme estudie física, debe desarrollar un proceso de construcción de modelos. En este estudio se le retará con muchos problemas matemáticos. Una de las más importantes técnicas para la resolución de problemas es construir un modelo para el problema: identifique un sistema de componentes físicos para el problema y haga predicciones del comportamiento del sistema con base en las interacciones entre sus componentes o la interacción entre el sistema y su ambiente circundante.

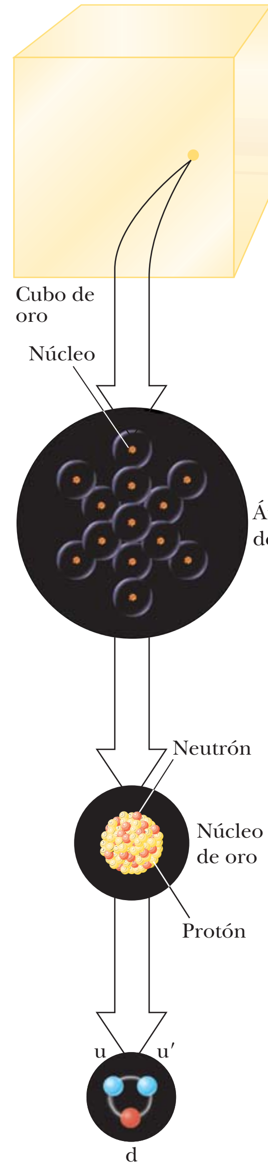


Figura 1.2 Niveles de organización en la materia. La materia ordinaria consiste de átomos y en el centro de cada átomo hay un núcleo compacto que consiste de protones y neutrones. Los protones y los neutrones están compuestos de quarks. Se muestra la composición de un quark de un protón.

1.3 Análisis dimensional

La palabra *dimensión* tiene un significado especial en física. Denota la naturaleza física de una cantidad. Ya sea que una distancia se mida en unidades de pies, metros o brazas, todavía es una distancia; se dice que su dimensión es la *longitud*.

TABLA 1.5

Dimensiones y unidades de cuatro cantidades deducidas

Cantidad	Área	Volumen	Rapidez	Aceleración
Dimensiones	L^2	L^3	L/T	L/T^2
Unidades del SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
Sistema usual estadounidense	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.2

Símbolos para cantidades

Algunas cantidades tienen un pequeño número de símbolos que las representan. Por ejemplo, el símbolo para tiempo casi siempre es t. Otras cantidades tienen varios símbolos que se aplican según el uso. La longitud se describe con símbolos tales como x, y y z (para posición); r (para radio); a, b y c (para los lados de un triángulo recto); ℓ (para la longitud de un objeto); d (para una distancia); h (para una altura); y así por el estilo.

Los símbolos que se usan en este libro para especificar las dimensiones de longitud, masa y tiempo son L, M y T, respectivamente.[3] Con frecuencia se usarán los corchetes [] para denotar las dimensiones de una cantidad física. Por ejemplo, el símbolo que se usa en este libro para rapidez es v, y en esta notación, las dimensiones de rapidez se escriben $[v] = L/T$. Como otro ejemplo, las dimensiones del área A son $[A] = L^2$. En la tabla 1.5 se mencionan las dimensiones y unidades de área, volumen, rapidez y aceleración. Las dimensiones de otras cantidades, como fuerza y energía, se describirán conforme se introduzcan en el texto.

En muchas situaciones es posible que deba verificar una ecuación específica, para ver si satisface sus expectativas. Un procedimiento útil y poderoso llamado **análisis dimensional** ayuda para esta comprobación porque **las dimensiones son tratadas como cantidades algebraicas**. Por ejemplo, las cantidades se suman o restan sólo si tienen las mismas dimensiones. Además, los términos en ambos lados de una ecuación deben tener las mismas dimensiones. Al seguir estas simples reglas le será posible usar el análisis dimensional para determinar si una expresión tiene la forma correcta. Cualquier correspondencia es correcta sólo si las dimensiones en ambos lados de la ecuación son las mismas.

Para ilustrar este procedimiento, suponga que está interesado en una ecuación para la posición x de un automóvil en un tiempo t si el automóvil parte del reposo en $x = 0$ y se mueve con aceleración constante a. La expresión correcta para esta situación es $x = \frac{1}{2}at^2$. Aplique el análisis dimensional para cotejar la validez de esta expresión. La cantidad x en el lado izquierdo tiene la dimensión de longitud. Para que la ecuación sea correcta en términos dimensionales, la cantidad en el lado derecho también debe tener la dimensión de longitud. Es posible realizar una verificación dimensional al sustituir las dimensiones para aceleración, L/T^2 (tabla 1.5), y tiempo, T, en la ecuación. Esto es, la forma dimensional de la ecuación $x = \frac{1}{2}at^2$ es

$$L = \frac{L}{\cancel{T^2}} \cdot \cancel{T^2} = L$$

Las dimensiones de tiempo se cancelan, como se muestra, lo que deja a la dimensión de longitud en el lado derecho para igualar con la de la izquierda.

Un procedimiento más general de análisis dimensional es establecer una expresión de la forma

$$x \propto a^n t^m$$

donde n y m son exponentes que se deben determinar y el símbolo $\propto$ indica una proporcionalidad. Esta correspondencia es correcta sólo si las dimensiones de ambos lados son las mismas. Puesto que la dimensión del lado izquierdo es longitud, la dimensión del lado derecho también debe ser longitud. Esto es,

$$[a^n t^m] = L = L^1T^0$$

Puesto que las dimensiones de la aceleración son L/T^2 y la dimensión de tiempo es T:

$$(L/T^2)^n T^m = L^1T^0 \quad \rightarrow \quad (L^n T^{m-2n}) = L^1T^0$$

[3] Las *dimensiones* de una cantidad se simbolizarán mediante letras mayúsculas no cursivas, como L o T. El *símbolo algebraico* para la cantidad en sí será en cursiva, como L para la longitud de un objeto o t para tiempo.

Los exponentes de L y T deben ser los mismos en ambos lados de la ecuación. A partir de los exponentes de L, se ve de inmediato que $n = 1$. De los exponentes de T, $m - 2n = 0$, lo que, una vez que se sustituye para n, produce $m = 2$. Al regresar a la expresión original $x \propto a^n t^m$, se concluye que $x \propto at^2$.

Pregunta rápida 1.2 Verdadero o falso: El análisis dimensional le proporciona el valor numérico de las constantes de proporcionalidad que aparecen en una expresión algebraica.

EJEMPLO 1.1 Análisis de una ecuación

Muestre que la expresión $v = at$ es dimensionalmente correcta, donde v representa rapidez, a aceleración y t un instante de tiempo.

SOLUCIÓN

Identifique las dimensiones de v en la tabla 1.5:

$$[v] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}$$

Encuentre las dimensiones de a en la tabla 1.5 y multiplique por las dimensiones de t:

$$[at] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^{\cancel{2}}}\cancel{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}$$

Por lo tanto, $v = at$ es dimensionalmente correcta porque se tienen las mismas dimensiones en ambos lados. (Si la expresión se hubiese dado como $v = at^2$, sería dimensionalmente *incorrecta*. ¡Inténtelo y verá!)

EJEMPLO 1.2 Análisis de una ley de potencia

Suponga que la aceleración a de una partícula que se mueve con rapidez uniforme v en un círculo de radio r es proporcional a alguna potencia de r, por decir r^n, y alguna potencia de v, por decir v^m. Determine los valores de n y m y escriba la forma más simple de una ecuación para la aceleración.

SOLUCIÓN

Escriba una expresión para a con una constante adimensional de proporcionalidad k:

$$a = kr^n v^m$$

Sustituya las dimensiones de a, r y v:

$$\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2} = \mathrm{L}^n\left(\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}\right)^m = \frac{\mathrm{L}^{n+m}}{\mathrm{T}^m}$$

Iguale los exponentes de L y T de modo que la ecuación dimensional se balancee:

$$n + m = 1 \quad \text{y} \quad m = \boxed{2}$$

Resuelva las dos ecuaciones para n:

$$n = \boxed{-1}$$

Escriba la expresión de aceleración:

$$a = kr^{-1}v^2 = \boxed{k\frac{v^2}{r}}$$

En la sección 4.4 acerca del movimiento circular uniforme, se muestra que $k = 1$ si se usa un conjunto consistente de unidades. La constante k no sería igual a 1 si, por ejemplo, v estuviese en km/h y usted quisiera a en m/s^2.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.3
Siempre incluya unidades

Cuando realice cálculos, incluya las unidades para toda cantidad y lleve las unidades a través de todo el cálculo. Evite la tentación de quitar pronto las unidades y luego poner las unidades esperadas una vez que tiene una respuesta. Al incluir las unidades en cada paso, detecte errores si las unidades para la respuesta evidencian ser incorrectas.

1.4 Conversión de unidades

A veces debe convertir unidades de un sistema de medición a otro o convertir dentro de un sistema (por ejemplo, de kilómetros a metros). Las igualdades entre unidades de longitud del SI y las usuales estadounidenses son las siguientes:

$$1 \text{ mil} = 1\,609 \text{ m} = 1.609 \text{ km} \qquad 1 \text{ ft} = 0.304\,8 \text{ m} = 30.48 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m} = 39.37 \text{ pulg} = 3.281 \text{ ft} \qquad 1 \text{ pulg} = 0.025\,4 \text{ m} = 2.54 \text{ cm (exactamente)}$$

En el apéndice A se encuentra una lista más completa de factores de conversión.

Como las dimensiones, las unidades se manipulan como cantidades algebraicas que se cancelan mutuamente. Por ejemplo, suponga que desea convertir 15.0 in a centímetros. Puesto que 1 in se define como exactamente 2.54 cm, encuentre que

$$15.0 \text{ pulg} = (15.0\ \cancel{\text{pulg}})\left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1\ \cancel{\text{pulg}}}\right) = 38.1 \text{ cm}$$

donde la relación entre paréntesis es igual a 1. Se debe colocar la unidad “pulgada” en el denominador de modo que se cancele con la unidad en la cantidad original. La unidad restante es el centímetro, el resultado deseado.

Pregunta rápida 1.3 La distancia entre dos ciudades es de 100 mi. ¿Cuál es el número de kilómetros entre las dos ciudades? a) menor que 100, b) mayor que 100, c) igual a 100.

EJEMPLO 1.3 **¿Está acelerando?**

En una autopista interestatal en una región rural de Wyoming, un automóvil viaja con una rapidez de 38.0 m/s. ¿El conductor rebasó el límite de velocidad de 75.0 mi/h?

SOLUCIÓN

De la rapidez en m/s convierta metros en millas:

$$(38.0\ \cancel{\text{m}}/\text{s})\left(\frac{1 \text{ mi}}{1\,609\ \cancel{\text{m}}}\right) = 2.36 \times 10^{-2} \text{ mi/s}$$

Convierta segundos a horas:

$$(2.36 \times 10^{-2} \text{ mi}/\cancel{\text{s}})\left(\frac{60\ \cancel{\text{s}}}{1\ \cancel{\text{min}}}\right)\left(\frac{60\ \cancel{\text{min}}}{1 \text{ h}}\right) = 85.0 \text{ mi/h}$$

En efecto, el conductor rebasó el límite de velocidad y debe reducirla.

¿Qué pasaría si? ¿Y si el conductor viniese de fuera de Estados Unidos y estuviese familiarizado con magnitudes de velocidad medidas en km/h? ¿Cuál es la rapidez del automóvil en km/h?

Respuesta Se puede convertir la respuesta final a las unidades adecuadas:

$$(85.0\ \cancel{\text{mi}}/\text{h})\left(\frac{1.609 \text{ km}}{1\ \cancel{\text{mi}}}\right) = 137 \text{ km/h}$$

La figura 1.3 muestra un indicador de velocidad de un automóvil que muestra magnitudes de velocidad tanto en mi/h como en km/h. ¿Le es posible verificar la conversión que acaba de realizar con esta fotografía?

Phil Boorman/Getty Images

Figura 1.3 Indicador de velocidad de un vehículo que muestra magnitudes de velocidad tanto en millas por hora como en kilómetros por hora.

1.5 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

Suponga que alguien le pregunta el número de bits de datos en un disco compacto musical común. Su respuesta que por lo general no se espera que proporcione el número exacto, sino más bien una estimación, se debe expresar como notación científica. El *orden de magnitud* de un número se determina del modo siguiente:

1. Exprese el número en notación científica, con el multiplicador de la potencia de diez entre 1 y 10 y una unidad.
2. Si el multiplicador es menor que 3.162 (la raíz cuadrada de diez), el orden de magnitud del número es la potencia de diez en la notación científica. Si el multiplicador es mayor que 3.162, el orden de magnitud es uno más grande que la potencia de diez en la notación científica.

Se usa el símbolo $\sim$ para "es del orden de". Use el procedimiento anterior para verificar los órdenes de magnitud para las siguientes longitudes:

$$0.008\,6 \text{ m} \sim 10^{-2} \text{ m} \qquad 0.002\,1 \text{ m} \sim 10^{-3} \text{ m} \qquad 720 \text{ m} \sim 10^{3} \text{ m}$$

Por lo general, cuando se hace una estimación del orden de magnitud, los resultados son confiables hasta dentro de un factor aproximado de 10. Si una cantidad aumenta en valor por tres órdenes de magnitud, su valor aumenta por un factor de aproximadamente $10^3 = 1\,000$.

Las imprecisiones provocadas por suponer muy poco para un número, con frecuencia se cancelan por otras suposiciones que son muy altas. Encontrará que, con práctica, sus estimaciones se vuelven cada vez mejores. Los problemas de estimación pueden ser divertidos de trabajar porque usted escoge con libertad los dígitos, aventura aproximaciones razonables para números desconocidos, hace suposiciones simplificadoras y convierte la pregunta en algo factible de responder, en su cabeza o con una mínima manipulación matemática en el papel. Debido a la simplicidad de este tipo de cálculos, se realizan en un *pequeño* trozo de papel y con frecuencia se llaman "cálculos de servilleta".

EJEMPLO 1.4 **Respiraciones en una vida**

Estime el número de respiraciones realizadas durante una vida humana promedio.

SOLUCIÓN

Comience por estimar que la vida humana promedio es de alrededor de 70 años. Piense acerca del número promedio de respiraciones que una persona realiza en 1 min. Este número varía dependiendo de si la persona se ejercita, duerme, está enojada, serena y cosas por el estilo. Al orden de magnitud más cercano, debe elegir 10 respiraciones por minuto como estimación. (Es cierto que dicha estimación está más cerca al valor promedio verdadero que 1 respiración por minuto o 100 respiraciones por minuto.)

Encuentre el número aproximado de minutos en un año:

$$1 \cancel{\text{año}} \left(\frac{400 \cancel{\text{días}}}{1 \cancel{\text{año}}}\right)\left(\frac{25 \cancel{\text{h}}}{1 \cancel{\text{día}}}\right)\left(\frac{60 \text{ min}}{1 \cancel{\text{h}}}\right) = 6 \times 10^5 \text{ min}$$

Halle el número aproximado de minutos en una vida de 70 años:

$$\begin{aligned}\text{número de minutos} &= (70 \text{ años})(6 \times 10^5 \text{ min/años}) \\ &= 4 \times 10^7 \text{ min}\end{aligned}$$

Encuentre el número aproximado de respiraciones en una vida:

$$\begin{aligned}\text{número de respiraciones} &= (10 \text{ respiraciones/min})(4 \times 10^7 \text{ min}) \\ &= 4 \times 10^8 \text{ respiraciones}\end{aligned}$$

Por lo tanto, una persona toma en el orden de 10^9 respiraciones en una vida. Advierta cuánto más simple fue, en el primer cálculo, multiplicar 400×25 que trabajar con el más preciso 365×24.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la vida promedio se estimase como 80 años en lugar de 70? ¿Esto cambiaría la estimación final?

Respuesta Se podría afirmar que $(80 \text{ años})(6 \times 10^5 \text{ min/año}) = 5 \times 10^7 \text{ min}$, de modo que la estimación final debería ser 5×10^8 respiraciones. Esta respuesta todavía está en el orden de 10^9 respiraciones, de modo que una estimación del orden de magnitud no cambiaría.

1.6 Cifras significativas

Cuando se miden ciertas cantidades, los valores medidos se conocen sólo dentro de los límites de la incertidumbre experimental. El valor de esta incertidumbre depende de varios factores, como la calidad del aparato, la habilidad del experimentador y el número de mediciones realizadas. El número de **cifras significativas** en una medición sirve para expresar algo acerca de la incertidumbre.

Como ejemplo de cifras significativas, suponga que se le pide medir el área de un disco compacto usando una regleta como instrumento de medición. Suponga que la precisión a la que puede medir el radio del disco es ± 0.1 cm. Debido a la incertidumbre de ± 0.1 cm, si el radio mide 6.0 cm, sólo es posible afirmar que su radio se encuentra en algún lugar entre 5.9 y 6.1 cm. En este caso, el valor medido de 6.0 cm tiene dos cifras significativas. Note que **las cifras significativas incluyen el primer dígito estimado**. Por lo tanto, el radio se podría escribir como (6.0 ± 0.1) cm.

Ahora encuentre el área del disco usando la ecuación para el área de un círculo. Si afirma que el área es $A = \pi r^2 = \pi(6.0 \text{ cm})^2 = 113 \text{ cm}^2$, la respuesta sería injustificable porque contiene tres cifras significativas, que es mayor que el número de cifras significativas en el radio. Una buena regla empírica para la determinación del número de cifras significativas que se pueden afirmar en una multiplicación o división es la siguiente:

> Cuando se multiplican muchas cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la cantidad que tiene el número más pequeño de cifras significativas. La misma regla aplica para la división.

Al aplicar esta regla al área del disco compacto se ve que la respuesta para el área sólo tiene dos cifras significativas, porque el radio observado sólo tiene dos cifras significativas. En consecuencia, todo lo que es posible afirmar es que el área es de $1.1 \times 10^2 \text{ cm}^2$.

Los ceros pueden o no ser cifras significativas. Los que se usan para la posición del punto decimal en números como 0.03 y 0.007 5 no son significativos. Debido a eso, existen una y dos cifras significativas, respectivamente, en estos dos valores. Sin embargo, cuando los ceros vienen después de otros dígitos, existe la posibilidad de malas interpretaciones. Por ejemplo, suponga que la masa de un objeto está dada como 1 500 g. Este valor es ambiguo porque no se sabe si los últimos dos ceros se usan para ubicar el punto decimal o si representan cifras significativas en la medición. Para eliminar dicha ambigüedad, es común usar notación científica para indicar el número de cifras significativas. En este caso, la masa se expresaría como 1.5×10^3 g si hubiese dos cifras significativas en el valor observado, 1.50×10^3 g si hubiese tres cifras significativas y 1.500×10^3 g si hubiese cuatro. La misma regla se sostiene para números menores que 1, de modo que 2.3×10^{-4} tiene dos cifras significativas (y por lo tanto se podría escribir 0.000 23) y 2.30×10^{-4} tiene tres cifras significativas (también se escribe 0.000 230).

Para suma y resta debe considerar el número de lugares decimales cuando determine cuántas cifras significativas ha de reportar:

> Cuando los números se sumen o resten, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término en la suma.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.4

Lea con cuidado

Observe que la regla para suma y resta es diferente de la regla de multiplicación y división. Para suma y resta, la consideración relevante es el número de *lugares decimales*, no el número de *cifras significativas*.

Por ejemplo, si desea calcular $123 + 5.35$, la respuesta es 128 y no 128.35. Si se calcula la suma $1.000\,1 + 0.000\,3 = 1.000\,4$, el resultado tiene cinco cifras significativas aun cuando uno de los términos en la suma, 0.000 3, sólo tenga una cifra significativa. Del mismo modo, si se realiza la resta $1.002 - 0.998 = 0.004$, el resultado sólo tiene una cifra significativa, aun cuando un término tenga cuatro cifras significativas y el otro tenga tres.

En este libro la mayoría de los ejemplos numéricos y problemas de fin de capítulo producirán respuestas que tienen tres cifras significativas. Cuando se realicen cálculos del orden de magnitud, por lo general se trabajará con una sola cifra significativa.

Si se debe reducir el número de cifras significativas en el resultado de una suma o resta, hay una regla general para redondear números: el último dígito retenido se aumenta en 1 si el último dígito eliminado es mayor que 5. Si el último dígito eliminado es menor que 5, el último dígito permanece como está. Si el último dígito eliminado es igual a 5, el dígito restante debe redondearse al número par más cercano. (Esta regla ayuda a evitar acumulación de errores en procesos aritméticos largos.)

Una técnica para evitar la acumulación de error es demorar el redondeo de números en un cálculo largo hasta que tenga el resultado final. Espere a estar listo para copiar la respuesta final de su calculadora antes de redondear al número correcto de cifras significativas.

EJEMPLO 1.5 Instalación de una alfombra

En una habitación de 12.71 m de longitud y 3.46 m de ancho se instalará una alfombra. Encuentre el área de la habitación.

SOLUCIÓN

Si multiplica 12.71 m por 3.46 m en su calculadora, verá una respuesta de 43.976 6 m^2. ¿Cuántos de estos números debe reportar? La regla empírica para multiplicación dice que reporte en su respuesta sólo el número de cifras significativas que estén presentes en la cantidad medida que tenga el número más bajo de cifras significativas. En este ejemplo, el número más bajo de cifras significativas es tres en 3.46 m, así que debe expresar la respuesta final como 44.0 m^2.

Resumen

DEFINICIONES

Las tres cantidades físicas fundamentales de la mecánica son **longitud**, **masa** y **tiempo**, que en el SI tienen las unidades **metro** (m), **kilogramo** (kg) y **segundo** (s). Estas cantidades fundamentales no es posible definirlas en términos de cantidades más básicas.

La **densidad** de una sustancia se define como su *masa por cada unidad de volumen:*

$$\rho \equiv \frac{m}{V} \quad \textbf{(1.1)}$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

El método de **análisis dimensional** es muy valioso para resolver problemas de física. Las dimensiones son tratadas como cantidades algebraicas. Al realizar estimaciones y cálculos de orden de magnitud, debe ser capaz de aproximar la respuesta a un problema cuando no haya suficiente información disponible para especificar completamente una solución exacta.

Cuando calcule un resultado a partir de varios números medidos, donde cada uno tiene cierta precisión, debe dar el resultado con el número correcto de **cifras significativas**. Cuando multiplique varias cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la cantidad que tiene el número más pequeño de cifras significativas. La misma regla se aplica a la división. Cuando se suman o restan números, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término en la suma.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. Suponga que los tres estándares fundamentales del sistema métrico fuesen longitud, *densidad* y tiempo en lugar de longitud, *masa* y tiempo. El estándar de densidad en este sistema se debe definir como el propio del agua. ¿Qué consideraciones acerca del agua necesitaría abordar para asegurar que el estándar de densidad es tan preciso como sea posible?

2. Exprese las siguientes cantidades usando los prefijos dados en la tabla 1.4: a) 3×10^{-4} m, b) 5×10^{-5} s, c) 72×10^{2} g.

3. **O** Ordene las siguientes cinco cantidades de la más grande a la más pequeña: a) 0.032 kg, b) 15 g, c) 2.7×10^{5} mg, d) 4.1×10^{-8} Gg, e) 2.7×10^{8} μg. Si dos de las masas son iguales, déles igual lugar en su lista.

4. **O** Si una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación debe ser verdadera? Si una ecuación no es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación no puede ser verdadera?

5. **O** Responda cada pregunta con sí o no. Dos cantidades deben tener las mismas dimensiones a) ¿si las suma?, b) ¿si las multiplica?, c) ¿si las resta?, d) ¿si las divide?, e) ¿si usa una cantidad como exponente al elevar la otra a una potencia?, f) ¿si las iguala?

6. **O** El precio de la gasolina en una estación es de 1.3 euros por litro. Una estudiante usa 41 euros para comprar gasolina. Si sabe que 4 cuartos hacen un galón y que 1 litro es casi 1 cuarto, de inmediato razona que puede comprar (elija una) a) menos de 1 galón de gasolina, b) aproximadamente 5 galones de gasolina, c) cerca de 8 galones de gasolina, d) más de 10 galones de gasolina.

7. **O** Un estudiante usa una regleta para medir el grosor de un libro de texto y encuentra que es de 4.3 cm $\pm$ 0.1 cm. Otros estudiantes miden el grosor con calibradores vernier y obtienen a) 4.32 cm $\pm$ 0.01 cm, b) 4.31 cm $\pm$ 0.01 cm, c) 4.24 cm $\pm$ 0.01 cm y d) 4.43 cm $\pm$ 0.01 cm. ¿Cuál de estas cuatro mediciones, si hay alguna, concuerda con la obtenida por el primer estudiante?

8. **O** Una calculadora despliega un resultado como $1.365\,248\,0 \times 10^{7}$ kg. La incertidumbre estimada en el resultado es $\pm 2\%$. ¿Cuántos dígitos debe incluir como significativos cuando escriba el resultado? Elija una: a) cero, b) uno, c) dos, d) tres, e) cuatro, f) cinco, g) no se puede determinar el número.

Problemas

Sección 1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

Nota: Consulte al final del libro, apéndices y tablas en el texto siempre que sea necesario para resolver problemas. En este capítulo la tabla 14.1 y el apéndice B.3 son de mucha utilidad. Las respuestas a los problemas con número impar aparecen al final del libro.

1. ● Use la información que aparece al final de este libro para calcular la densidad promedio de la Tierra. ¿Dónde encaja el valor entre los que se mencionan en la tabla 14.1? Busque la densidad de una roca superficial típica, como el granito, en otra fuente y compare la densidad de la Tierra con ella.
2. El kilogramo estándar es un cilindro de platino–iridio de 39.0 mm de alto y 39.0 mm de diámetro. ¿Cuál es la densidad del material?
3. Una importante compañía automotriz muestra un molde de su primer automóvil, hecho de 9.35 kg de hierro. Para celebrar sus 100 años en el negocio, un trabajador fundirá el molde en oro a partir del original. ¿Qué masa de oro se necesita para hacer el nuevo modelo?
4. ● Un protón, que es el núcleo de un átomo de hidrógeno, se representa como una esfera con un diámetro de 2.4 fm y una masa de 1.67×10^{-27} kg. Determine la densidad del protón y establezca cómo se compara con la densidad del plomo, que está dada en la tabla 14.1.
5. De cierta roca uniforme son cortadas dos esferas. Una tiene 4.50 cm de radio. La masa de la segunda esfera es cinco veces mayor. Encuentre el radio de la segunda esfera.

Sección 1.2 Materia y construcción de modelos

6. Un sólido cristalino consiste de átomos apilados en una estructura reticular repetitiva. Considere un cristal como el que se muestra en la figura P1.6a. Los átomos residen en las esquinas de cubos de lado L = 0.200 nm. Una pieza de evidencia para el ordenamiento regular de átomos proviene de las superficies

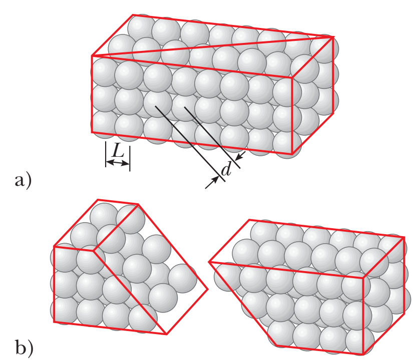


Figura P1.6

planas a lo largo de las cuales se separa un cristal, o fractura, cuando se rompe. Suponga que este cristal se fractura a lo largo de una cara diagonal, como se muestra en la figura P1.6b. Calcule el espaciamiento d entre dos planos atómicos adyacentes que se separan cuando el cristal se fractura.

Sección 1.3 Análisis dimensional

7. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son dimensionalmente correctas? a) $v_f = v_i + ax$, b) $y = (2\text{ m})\cos(kx)$, donde $k = 2\text{ m}^{-1}$.

8. La figura P1.8 muestra el *tronco de un cono*. De las siguientes expresiones de medición (geométrica), ¿cuál describe **i)** la circunferencia total de las caras circulares planas, **ii)** el volumen y **iii)** el área de la superficie curva? a) $\pi(r_1 + r_2)\,[h^2 + (r_2 - r_1)^2]^{1/2}$, b) $2\pi(r_1 + r_2)$, c) $\pi h(r_1{}^2 + r_1 r_2 + r_2{}^2)/3$.

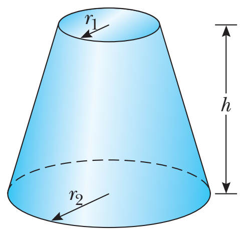


Figura P1.8

9. La ley de gravitación universal de Newton se representa por

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Aquí F es la magnitud de la fuerza gravitacional ejercida por un objeto pequeño sobre otro, M y m son las masas de los objetos y r es una distancia. La fuerza tiene las unidades del SI $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$. ¿Cuáles son las unidades del SI de la constante de proporcionalidad G?

Sección 1.4 Conversión de unidades

10. Suponga que su cabello crece a una proporción de 1/32 pulgada por cada día. Encuentre la proporción a la que crece en nanómetros por segundo. Dado que la distancia entre átomos en una molécula es del orden de 0.1 nm, su respuesta sugiere cuán rápidamente se ensamblan las capas de átomos en esta síntesis de proteínas.

11. Un lote rectangular mide 100 ft por 150 ft. Determine el área de este lote en metros cuadrados.

12. Un auditorio mide $40.0\text{ m} \times 20.0\text{ m} \times 12.0\text{ m}$. La densidad del aire es 1.20 kg/m^3. ¿Cuáles son a) el volumen de la habitación en pies cúbicos y b) el peso en libras del aire en la habitación?

13. ● Una habitación mide 3.8 m por 3.6 m y su techo está a 2.5 m de altura. ¿Es posible empapelar por completo las paredes de esta habitación con las páginas de este libro? Explique su respuesta.

14. Suponga que llenar un tanque de gasolina de 30.0 galones tarda 7.00 min. a) Calcule la rapidez a la cual el tanque se llena en galones por segundo. b) Calcule la rapidez a la cual el tanque se llena en metros cúbicos por segundo. c) Determine el intervalo, en horas, que se requiere para llenar un volumen de 1.00 m^3 a la misma rapidez (1 galón = 231 pulg^3).

15. Una pieza sólida de plomo tiene una masa de 23.94 g y un volumen de 2.10 cm^3. A partir de estos datos, calcule la densidad del plomo en unidades del SI (kg/m^3).

16. Un cargador de mineral mueve 1 200 tons/h de una mina a la superficie. Convierta esta relación a libras por segundo, 1 ton = 2 000 lb.

17. Cuando se imprimió este libro, la deuda nacional estadounidense era de aproximadamente \$8 billones. a) Si se hicieran pagos con una rapidez de \$1 000 por segundo, ¿cuántos años tardaría en ser pagada la deuda, si supone que no se cargan intereses? b) Un billete de dólar mide aproximadamente 15.5 cm de largo. Si ocho billones de billetes de dólar se pusiesen extremo con extremo alrededor del ecuador de la Tierra, ¿cuántas veces darían la vuelta al planeta? Considere que el radio de la Tierra en el ecuador es de 6 378 km. *Nota:* Antes de hacer algún cálculo, intente adivinar las respuestas. Se sorprenderá.

18. Una pirámide tiene una altura de 481 ft y su base cubre una área de 13.0 acres (figura P1.18). El volumen de una pirámide está dado por la expresión $V = \frac{1}{3}Bh$, donde B es el área de la base y h es la altura. Encuentre el volumen de esta pirámide en metros cúbicos. (1 acre = 43 560 ft^2)

Sylvain Grandadam/Photo Researchers, Inc.

Figura P1.18 Problemas 18 y 19.

19. La pirámide descrita en el problema 18 contiene aproximadamente 2 millones de bloques de piedra que en promedio pesan 2.50 toneladas cada uno. Encuentre el peso de esta pirámide en libras.

20. Un átomo de hidrógeno tiene un diámetro de 1.06×10^{-10} m según se deduce del diámetro de la nube esférica de electrones que rodea al núcleo. El núcleo de hidrógeno tiene un diámetro de aproximadamente 2.40×10^{-15} m. a) Para un modelo a escala, represente el diámetro del átomo de hidrógeno por la longitud de un campo de futbol americano (100 yardas = 300 ft) y determine el diámetro del núcleo en milímetros. b) ¿Cuántas veces el átomo es más grande en volumen que su núcleo?

21. Un galón de pintura (volumen = $3.78 \times 10^{-3}\text{ m}^3$) cubre un área de 25.0 m^2. ¿Cuál es el grosor de la pintura fresca sobre la pared?

22. El radio medio de la Tierra es de 6.37×10^6 m y el de la Luna es de 1.74×10^8 cm. A partir de estos datos calcule a) la razón del área superficial de la Tierra con la de la Luna y b) la relación del volumen de la Tierra con la de la Luna. Recuerde que el área superficial de una esfera es $4\pi r^2$ y el volumen de una esfera es $\frac{4}{3}\pi r^3$.

23. Un metro cúbico (1.00 m^3) de aluminio tiene una masa de 2.70×10^3 kg, y el mismo volumen de hierro tiene una masa de 7.86×10^3 kg. Encuentre el radio de una esfera de aluminio sólida que equilibraría una esfera de hierro sólida de 2.00 cm de radio sobre una balanza de brazos iguales.

24. Sea ρ_{Al} la representación de la densidad del aluminio y ρ_{Fe} la del hierro. Encuentre el radio de una esfera de aluminio sólida que equilibra una esfera de hierro sólida de radio r_{Fe} en una balanza de brazos iguales.

Sección 1.5 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

25. Encuentre el orden de magnitud del número de pelotas de tenis de mesa que entrarían en una habitación de tamaño típico (sin estrujarse). En su solución, establezca las cantidades que midió o estimó y los valores que tomó para ellas.

26. La llanta de un automóvil dura 50 000 millas. En un orden de magnitud, ¿a través de cuántas revoluciones girará? En su solución, establezca las cantidades que midió o estimó y los valores que tomó para ellas.

27. Calcule el orden de magnitud de la masa de una bañera medio llena de agua. Calcule el orden de magnitud de la masa de una bañera medio llena de monedas. En su solución, mencione las cantidades que tomó como datos y los valores que midió o estimó para cada una.

28. ● Suponga que Bill Gates le ofrece \$1 000 millones si es capaz de terminar de contarlos usando sólo billetes de un dólar. ¿Debe aceptar su oferta? Explique su respuesta. Suponga que cuenta un billete cada segundo y advierta que necesita al menos 8 horas al día para dormir y comer.

29. En un orden de magnitud, ¿cuántos afinadores de piano hay en la ciudad de Nueva York? El físico Enrico Fermi fue famoso por plantear preguntas como ésta en los exámenes orales para calificar candidatos a doctorado. La facilidad que él tenía para realizar cálculos del orden de magnitud se ejemplifica en el problema 48 del capítulo 45.

Sección 1.6 Cifras significativas

Nota: El apéndice B.8, acerca de la propagación de incertidumbre, es útil para resolver los problemas de esta sección.

30. Una placa rectangular tiene una longitud de (21.3 ± 0.2) cm y un ancho de (9.8 ± 0.1) cm. Calcule el área de la placa, incluida su incertidumbre.

31. ¿Cuántas cifras significativas hay en los siguientes números: a) 78.9 ± 0.2 b) 3.788×10^9 c) 2.46×10^{-6} d) 0.005 3?

32. El radio de una esfera sólida uniforme mide (6.50 ± 0.20) cm y su masa es de (1.85 ± 0.02) kg. Determine la densidad de la esfera en kilogramos por metro cúbico y la incertidumbre en la densidad.

33. Realice las siguientes operaciones aritméticas: a) la suma de los valores medidos 756, 37.2, 0.83 y 2, b) el producto de $0.003\,2 \times 356.3$, c) el producto $5.620 \times \pi$.

34. El *año tropical*, el intervalo desde un equinoccio de primavera hasta el siguiente equinoccio de primavera, es la base para el calendario. Contiene 365.242 199 días. Encuentre el número de segundos en un año tropical.

Nota: Los siguientes 11 problemas requieren habilidades matemáticas que serán útiles a lo largo del curso.

35. Problema de repaso. Una niña se sorprende de que debe pagar \$1.36 por un juguete marcado con \$1.25 debido a los impuestos. ¿Cuál es la tasa de impuesto efectiva sobre esta compra, expresada como porcentaje?

36. ● **Problema de repaso.** A un estudiante se le proporcionan una pila de papel para copiadora, regla, compás, tijeras y una báscula de precisión. El estudiante corta varias formas de varios tamaños, calcula sus áreas, mide sus masas y prepara la gráfica de la figura P1.36. Considere el cuarto punto experimental desde la parte superior. ¿Qué tan lejos está de la recta de mejor ajuste? a) Exprese su respuesta como una diferencia en la coordenada del eje vertical. b) Formule su respuesta como una diferencia en la coordenada del eje horizontal. c) Exprese las respuestas de los incisos a) y b) como un porcentaje. d) Calcule la pendiente de la línea. e) Establezca lo que demuestra la gráfica, en referencia con la pendiente de la gráfica y los resultados de los incisos c) y d). f) Describa si este resultado debe anticiparse teóricamente. Describa el significado físico de la pendiente.

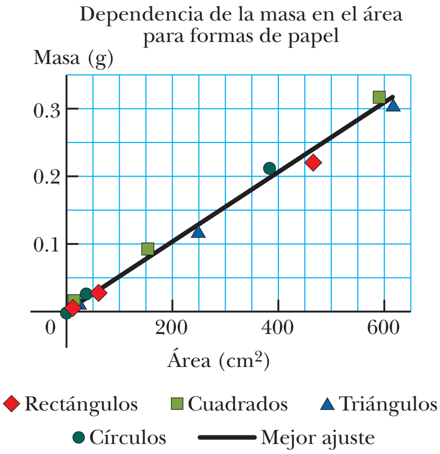


Figura P1.36

37. Problema de repaso. Un joven inmigrante trabaja tiempo extra y gana dinero para comprar reproductores MP3 portátiles que envía a su casa como regalos a la familia. Por cada turno extra que trabaja, él calcula que comprará un reproductor y dos tercios de otro. Un correo electrónico de su madre le informa que los reproductores son tan populares que cada uno de los 15 jóvenes amigos del vecindario quiere uno. ¿Cuántos turnos más tendrá que trabajar?

38. Problema de repaso. En un estacionamiento universitario, el número de automóviles ordinarios es mayor que el de vehículos deportivos por 94.7%. La diferencia entre el número de automóviles y el número de vehículos deportivos es 18. Encuentre el número de vehículos deportivos en el estacionamiento.

39. Problema de repaso. La relación del número de pericos que visita un comedero de aves al número de aves más interesantes es de 2.25. Una mañana, cuando 91 aves visitan el comedero, ¿cuál es el número de pericos?

40. Problema de repaso. Pruebe que una solución de la ecuación

$$2.00x^4 - 3.00x^3 + 5.00x = 70.0$$

es $x = -2.22$.

41. Problema de repaso. Encuentre todo ángulo θ entre 0 y 360° para el cual la relación de sen θ a cos θ sea -3.00.

42. Problema de repaso. Una curva en la autopista forma una sección de círculo. Un automóvil entra a la curva. La brújula de su tablero muestra que el automóvil al inicio se dirige hacia el este. Después de recorrer 840 m, se dirige 35.0° al sureste. Encuentre el radio de curvatura de su trayectoria. *Sugerencia:* Encontrará útil aprender un teorema geométrico citado en el apéndice B.3.

43. Problema de repaso. Durante cierto periodo, mientras crece un cocodrilo, su masa es proporcional al cubo de su longitud. Cuando la longitud del cocodrilo cambia en 15.8%, su masa aumenta 17.3 kg. Encuentre su masa al final de este proceso.

44. **Problema de repaso.** A partir del conjunto de ecuaciones

$$p = 3q$$

$$pr = qs$$

$$\tfrac{1}{2}pr^2 + \tfrac{1}{2}qs^2 = \tfrac{1}{2}qt^2$$

que involucran las incógnitas p, q, r, s y t, encuentre el valor de la relación de t a r.

45. ● **Problema de repaso.** En un conjunto particular de ensayos experimentales, los estudiantes examinan un sistema descrito por la ecuación

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{k\pi\, d^2\, (T_h - T_c)}{4L}$$

En el capítulo 20 se verá esta ecuación y las diversas cantidades en ella. Para control experimental, en estos ensayos todas las cantidades, excepto d y Δt, son constantes. a) Si d se hace tres veces más grande, ¿la ecuación predice que Δt se hará más grande o más pequeña? ¿En qué factor? b) ¿Qué patrón de proporcionalidad de Δt a d predice la ecuación? c) Para mostrar esta proporcionalidad como una línea recta en una gráfica, ¿qué cantidades debe graficar en los ejes horizontal y vertical? d) ¿Qué expresión representa la pendiente teórica de esta gráfica?

Problemas adicionales

46. En una situación en que los datos se conocen a tres cifras significativas, se escribe 6.379 m = 6.38 m y 6.374 m = 6.37 m. Cuando un número termina en 5, arbitrariamente se elige escribir 6.375 m = 6.38 m. Igual se podría escribir 6.375 m = 6.37 m, "redondeando hacia abajo" en lugar de "redondear hacia arriba", porque el número 6.375 se cambiaría por iguales incrementos en ambos casos. Ahora considere una estimación del orden de magnitud en la cual los factores de cambio, más que los incrementos, son importantes. Se escribe 500 m $\sim 10^3$ m porque 500 difiere de 100 por un factor de 5, mientras difiere de 1 000 sólo por un factor de 2. Escriba 437 m $\sim 10^3$ m y 305 m $\sim 10^2$ m. ¿Qué distancia difiere de 100 m y de 1 000 m por iguales factores de modo que lo mismo se podría escoger representar su orden de magnitud como $\sim 10^2$ m o como $\sim 10^3$ m?

47. ● Un cascarón esférico tiene un radio externo de 2.60 cm y uno interno de a. La pared del cascarón tiene grosor uniforme y está hecho de un material con densidad de 4.70 g/cm^3. El espacio interior del cascarón está lleno con un líquido que tiene una densidad de 1.23 g/cm^3. a) Encuentre la masa m de la esfera, incluidos sus contenidos, como función de a. b) En la respuesta a la parte a), si a se considera variable, ¿para qué valor de a tiene m su máximo valor posible? c) ¿Cuál es esta masa máxima? d) ¿El valor de la parte b) concuerda con el resultado de un cálculo directo de la masa de una esfera de densidad uniforme? e) ¿Para qué valor de a la respuesta al inciso a) tiene su valor mínimo posible? f) ¿Cuál es esta masa mínima? g) ¿El valor del inciso f) concuerda con el resultado de un cálculo directo de la masa de una esfera uniforme? h) ¿Qué valor de m está a la mitad entre los valores máximo y mínimo posibles? i) ¿Esta masa concuerda con el resultado del inciso a) evaluada para a = 2.60 cm/2 = 1.30 cm? j) Explique si debe esperar concordancia en cada uno de los incisos d), g) e i). k) **¿Qué pasaría si?** En el inciso a), ¿la respuesta cambiaría si la pared interior del cascarón no fuese concéntrica con la pared exterior?

48. Una barra que se extiende entre $x = 0$ y $x = 14.0$ cm tiene área de sección transversal uniforme $A = 9.00$ cm^2. Se fabrica de una aleación de metales que cambia continuamente de modo que, a lo largo de su longitud, su densidad cambia de manera uniforme de 2.70 g/cm^3 a 19.3 g/cm^3. a) Identifique las constantes B y C requeridas en la expresión $\rho = B + Cx$ para describir la densidad variable. b) La masa de la barra se conoce mediante

$$m = \int_{\text{todo el material}} \rho\, dV = \int_{\text{toda } x} \rho A\, dx = \int_0^{14\text{ cm}} (B + Cx)\ (9.00\text{ cm}^2)\ dx$$

Realice la integración para encontrar la masa de la barra.

49. El diámetro de la galaxia con forma de disco, la Vía Láctea, es de aproximadamente 1.0×10^5 años luz (a–l). La distancia a Andrómeda, que es la galaxia espiral más cercana a la Vía Láctea, es de alrededor de 2.0 millones de a–l. Si un modelo a escala representa las galaxias Vía Láctea y Andrómeda como platos soperos de 25 cm de diámetro, determine la distancia entre los centros de los dos platos.

50. ● Se sopla aire hacia dentro de un globo esférico de modo que, cuando su radio es de 6.50 cm, éste aumenta en una proporción de 0.900 cm/s. a) Encuentre la rapidez a la que aumenta el volumen del globo. b) Si dicha relación de flujo volumétrico de aire que entra al globo es constante, ¿en qué proporción aumentará el radio cuando el radio es de 13.0 cm? c) Explique físicamente por qué la respuesta del inciso b) es mayor o menor que 0.9 cm/s, si es diferente.

51. El consumo de gas natural por una compañía satisface la ecuación empírica $V = 1.50t + 0.008\,00t^2$, donde V es el volumen en millones de pies cúbicos y t es el tiempo en meses. Exprese esta ecuación en unidades de pies cúbicos y segundos. Asigne las unidades adecuadas a los coeficientes. Suponga un mes de 30.0 días.

52. En física es importante usar aproximaciones matemáticas. Demuestre que, para ángulos pequeños ($< 20°$),

$$\tan\alpha \approx \operatorname{sen}\alpha \approx \alpha = \frac{\pi\alpha'}{180°}$$

donde α está en radianes y α' en grados. Use una calculadora para encontrar el ángulo más grande para el que $\tan\alpha$ se pueda aproximar a α con un error menor de 10.0 por ciento.

53. Un chorro de agua elevado se ubica en el centro de una fuente, como se muestra en la figura P1.53. Un estudiante camina alrededor de la fuente, evitando mojar sus pies, y mide su circunferencia en 15.0 m. A continuación, el estudiante se para en el borde de la fuente y usa un transportador para medir el ángulo de elevación de la fuente que es de 55.0°. ¿Cuál es la altura del chorro?

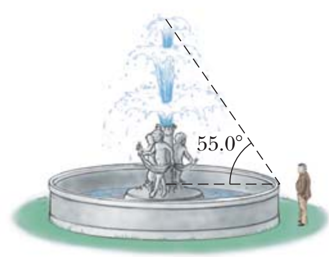


Figura P1.53

54. ● Las monedas de colección a veces se recubren con oro para mejorar su belleza y valor. Considere un cuarto de dólar conmemorativo que se anuncia a la venta en \$4.98. Tiene un diá-

metro de 24.1 mm y un grosor de 1.78 mm, y está cubierto por completo con una capa de oro puro de 0.180 μm de grueso. El volumen del recubrimiento es igual al grosor de la capa por el área a la que se aplica. Los patrones en las caras de la moneda y los surcos en sus bordes tienen un efecto despreciable sobre su área. Suponga que el precio del oro es de \$10.0 por cada gramo. Encuentre el costo del oro agregado a la moneda. ¿El costo del oro aumenta significativamente el valor de la moneda? Explique su respuesta.

55. Un año es casi $\pi \times 10^7$ s. Encuentre el error porcentual en esta aproximación, donde "error porcentual" se define como

$$\text{Error porcentual} = \frac{|\text{valor supuesto} - \text{valor verdadero}|}{\text{valor verdadero}} \times 100\%$$

56. ● Una criatura se mueve con una rapidez de 5.00 furlongs por dos semanas (una unidad de rapidez no muy común). Dado que 1 furlong = 220 yardas, y 2 semanas = 14 días, determine la rapidez de la criatura en metros por segundo. Explique qué tipo de criatura cree que podría ser.

57. Un niño adora ver cómo llena una botella de plástico transparente con champú. Las secciones transversales horizontales de la botella son círculos con diámetros variables porque la botella es mucho más ancha en algunos lugares que en otros. Usted vierte champú verde brillante con una relación de flujo volumétrico constante de 16.5 cm^3/s. ¿En qué cantidad el nivel de la botella se eleva a) a un punto donde el diámetro de la botella es de 6.30 cm y b) a un punto donde el diámetro es de 1.35 cm?

58. ● En la siguiente tabla la información representa observaciones de las masas y dimensiones de cilindros sólidos de aluminio, cobre, latón, estaño y hierro. Use tales datos para calcular las densidades de dichas sustancias. Establezca cómo sus resultados para aluminio, cobre y hierro se comparan con los conocidos en la tabla 14.1.

Sustancia	Masa (g)	Diámetro (cm)	Longitud (cm)
Aluminio	51.5	2.52	3.75
Cobre	56.3	1.23	5.06
Latón	94.4	1.54	5.69
Estaño	69.1	1.75	3.74
Hierro	216.1	1.89	9.77

59. Suponga que hay 100 millones de automóviles de pasajeros en Estados Unidos y que el consumo promedio de combustible es de 20 mi/gal de gasolina. Si la distancia promedio que recorre cada automóvil es de 10 000 mi/año, ¿cuánta gasolina se ahorraría al año si el consumo promedio de combustible pudiera aumentar a 25 mi/gal?

60. La distancia del Sol a la estrella más cercana es casi de 4×10^{16} m. La galaxia Vía Láctea es en términos aproximados un disco de $\sim 10^{21}$ m de diámetro y $\sim 10^{19}$ m de grosor. Encuentre el orden de magnitud del número de estrellas en la Vía Láctea. Considere representativa la distancia entre el Sol y el vecino más cercano.

Respuestas a preguntas rápidas

1.1 a). Ya que la densidad del aluminio es más pequeña que la del hierro, es necesario un mayor volumen de aluminio que de hierro para una determinada masa.

1.2 Falso. El análisis dimensional aporta las unidades de la constante de proporcionalidad pero no da información acerca de su valor numérico. Para determinar su valor numérico, se requiere información experimental o razonamiento geométrico. Por ejemplo, en la generación de la ecuación $x = \frac{1}{2}at^2$, puesto que el factor $\frac{1}{2}$ es adimensional, no hay forma de determinarlo usando análisis dimensional.

1.3 b). Puesto que hay 1.609 km en 1 mi, se requiere un mayor número de kilómetros que de millas para una cierta distancia.