Práctica 3 - Ejemplo. - Recomendaciones

Recomendaciones generales:

1)- leer con cuidado el enunciado.

2)- hacer un esquema gráfico.

3)- elegir el sistema de coordenadas (fijo al sistema de referencia graficado)

- elegir una situación inicial y asignarle un cronómetro que marque $t=0$.

4)- para cada objeto en movimiento,

- identificar el tipo de movimiento
- escribir las "ecuaciones horarias", es decir las funciones $\bar{r}(t)$, $\bar{v}(t)$, $\bar{a}(t)$ usando los datos iniciales disponibles

5) - identificar cada situación en la cual se provee información y/o se hagan preguntas.

- evaluar las ecuaciones horarias en esas situaciones; llevar cuenta de la cantidad de ecuaciones y de incógnitas.

6) - Seleccionar conjuntos de ecuaciones resolubles (con igual número de ecuaciones e incógnitas)

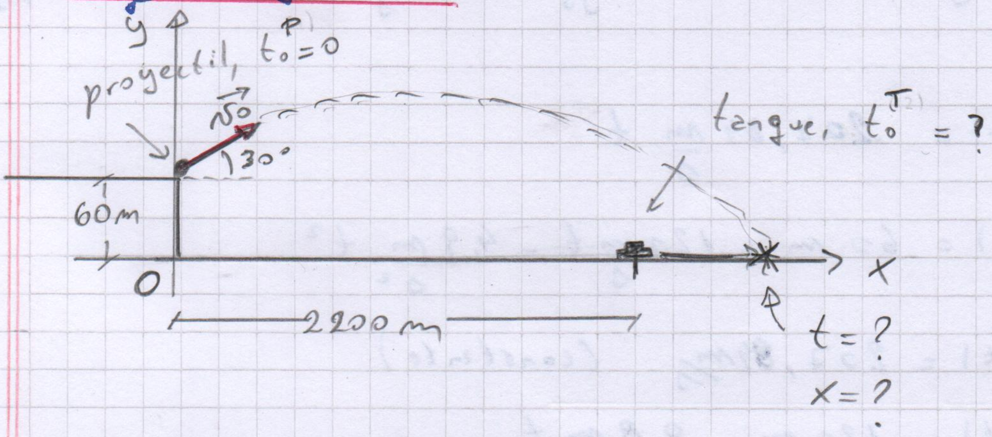
- resolver los sistemas de ecuaciones y contestar las preguntas que se puedan contestar (es decir, en el orden en que vayan resolviendo).

7) interpretar las respuestas en el contexto original; completar el esquema gráfico con las cantidades calculadas)

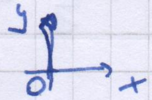
Práctica 3, problema adicional 8

(leerlo!)

Esquema gráfico:



Sistema de coordenadas:



, 0 al pie de la meseta.

Cronómetro: $t=0$ al disparar el cañón

Proyectil (móvil 1)

Tipo de Movimiento: tiro oblicuo $(\vec{a}(t)=\vec{g})$

$$x^P(t) = x_0^P + v_{0x}^P (t - t_0^P)$$

$$y^P(t) = y_0^P + v_{0y}^P (t - t_0^P) - \frac{1}{2} g (t - t_0^P)^2$$

$$v_x^P(t) = v_{0x}^P$$

$$v_y^P(t) = v_{0y}^P - g(t - t_0^P)$$

con: $t_0^P = 0$ $\qquad$ $g = 9,8\ m/s^2$

$x_0^P = 0$ $\qquad$ $v_{x_0}^P = +240\ \frac{m}{s} \cdot \cos(30°) = 207,84\ m/s$

$y_0^P = 60\ m$ $\qquad$ $v_{y_0}^P = +240\ \frac{m}{s} \cdot \text{sen}(30°) = 120\ m/s$

$$x^P(t) = 207,84\ \frac{m}{s}\ t$$

$$y^P(t) = 60\ m + 120\ \frac{m}{s}\ t - 4,9\ \frac{m}{s^2}\ t^2$$

$$v_x^P(t) = 207,84\ m/s \quad \text{(constante)}$$

$$v_y^P(t) = 120\ \frac{m}{s} - 9,8\ \frac{m}{s^2}\ t$$

Tanque (móvil 2)

Tipo de movimiento: MRUV en el eje x

$$x^T(t) = x_0^T + v_{x_0}^T (t - t_0^T) + \frac{1}{2} a_x^T (t - t_0^T)^2$$

✓ ✓ ? ✓ ?

$$v_x^T(t) = v_{x_0}^T + a_x^T (t - t_0^T)$$

✓ ✓ ?

con $t_0^T < 0$ (el tanque parte antes del disparo)

$x_0^T = 2200\ m$ $\qquad$ $v_{x_0}^T = 0$

$a_x^T = 0,9\ m/s^2$

$$x^T(t) = 2200\ m + 0,45\ \frac{m}{s^2} (t - t_0^T)$$

$$v_x^T(t) = 0,9\ \frac{m}{s^2} (t - t_0^T)$$

Situación: impacto

$t_i = ?$

$x^P(t_i) = x^T(t_i)$ $\quad v_x^P(t_i) = ?$; $v_y^P(t_i) = ?$

$y^P(t_i) = 0$ $\quad v_x^T(t_i) = ?$

proyectil → Entre todas las ecuaciones horarias conviene evaluar $y^P(t_i)$ porque sabemos el resultado:

$$y^P(t_i) = 60\,m + 120\,\frac{m}{s}\,t_i - 4{,}9\,\frac{m}{s^2}\,t_i^2 = 0$$

La segunda igualdad es una ecuación (cuadrática) con una incógnita → se resuelve: (bingo!)

$$t_i = \frac{-120\,\frac{m}{s} \pm \sqrt{\left(120\,\frac{m}{s}\right)^2 - 4\cdot\left(-4{,}9\,\frac{m}{s^2}\right)\cdot 60\,m}}{-9{,}8\,\frac{m}{s^2}}$$

$t_i =$ ↗ $24{,}98\,s$; ↘ $\cancel{-0{,}49\,s}$ → anterior al disparo; no describe la historia del proyectil.

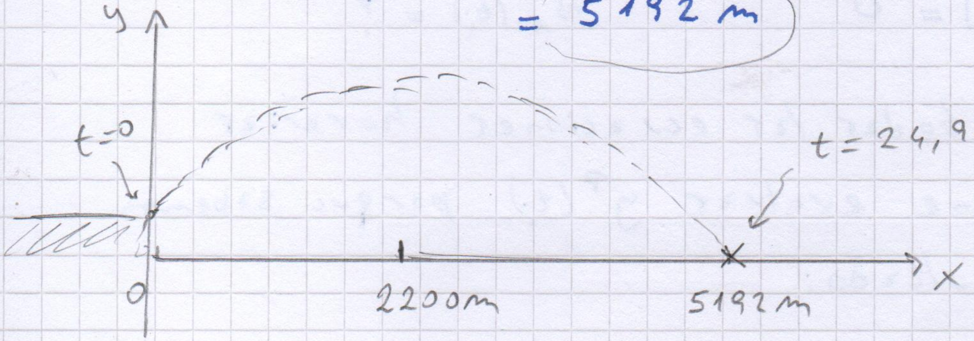
Aprendimos: el cronómetro que arranca con el disparo marca $t = 24{,}98\,s$ en el instante del impacto

Podemos evaluar la posición y velocidad del proyectil justo antes del impacto (para $t > 24{,}98\,s$ no vale el "tiro oblicuo")

Nos interesa dónde se produce el impacto:

$$x^P(24{,}98\,s) = 240\,\frac{m}{\cancel{s}}\cdot\cos(30°)\cdot 24{,}98\,\cancel{s}$$

$$= 5192\,m$$



Tanque: para que el tanque llegue al lugar del impacto justo en el instante del impacto se debe cumplir:

$$x^T(24{,}98\,s) = 5192\,m$$

$$2200\,m + 0{,}45\,\frac{m}{s^2}\,(24{,}98\,s - t_0^T)^2 = 5192\,m$$

Tenemos una ecuación con una incógnita t_0^T (bingo!)

Se resuelve:

$$(24{,}98\,s - t_0^T)^{\cancel{2}} = \pm\sqrt{\frac{5192\,m - 2200\,m}{0{,}45\,m/s^2}}$$

$$t_0^T = 24{,}98\,s \pm 81{,}54\,s$$

t_0^T = $\cancel{106{,}52\,s}$ → después del impacto X

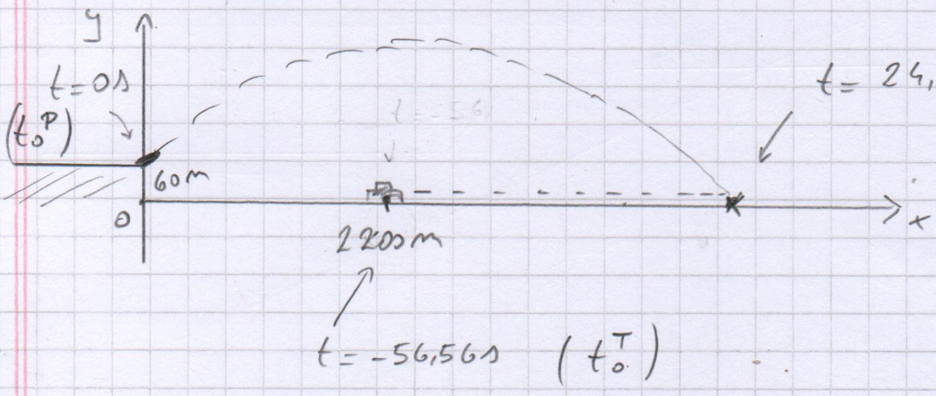
$-56{,}56\,s$ → antes de producirse el disparo, OK

Aprendimos que, para acertar el disparo, el tanque debería partir 56,56 s antes de producirse el disparo.

Es decir, el disparo debería hacerse 56,56 s después de la partida del tanque.

Con este resultado se contesta la pregunta del problema

Volcamos lo calculado al esquema gráfico:



Observación: si el observador arranca otro cronómetro $\tilde{t}$ cuando parte el tanque, registraría:

$\tilde{t}_0^T = 0\,s$: partida del tanque

$\tilde{t}_0^P = 56,56\,s$: partida del proyectil

$\tilde{t}_i = 81,54\,s$: impacto.