Clase 3: Cinemática . 1D

16 MAR 2020 1

Concepto de tiempo: (Modelo de Newton)

magnitud escalar medible mediante sistemas $\underbrace{\text{físicos repetitivos, regulares}}$

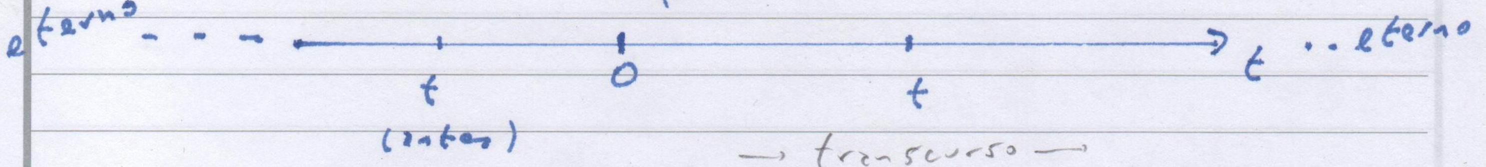
"cronómetro"

(definición operativa)

continua

$t \in \mathbb{R}$

0 (del cronómetro)



Supuestos

concepto de movimiento de un objeto:

a). el objeto admite una posición respecto a
b). dicha posición varía en el transcurso del tiempo

a) Modelo de partícula: objeto material → punto material

. razonable cuando la "escala de observación" es mucho mayor que el tamaño del objeto.

· deja de lado los detalles de "orientación" del objeto

Supuestos

Genéricamente mencionamos los objetos materiales como "cuerpos"

húsares

La posición del objeto, como punto material, se describe con coordenadas respecto de un sistema de referencia.

Asumimos que ese sistema de referencia está "quieto"

Newton: "estrellas fijas", como propuesta. (?)
Se sabe: no hay nada absolutamente quieto en el Universo.

¿Entonces?

Entendemos que un observador describe el movimiento de los objetos, respecto de un sistema de coordenadas que él considere quieto.

"El movimiento siempre es relativo al observador"

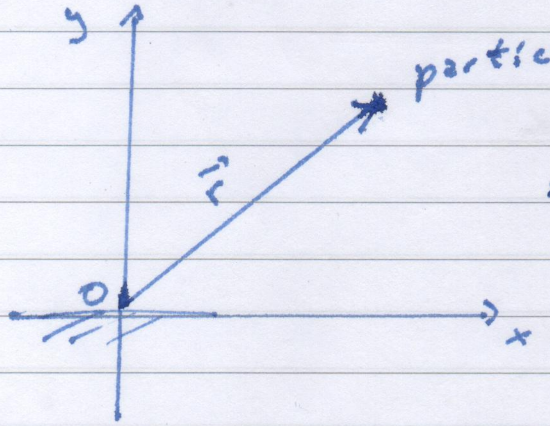
Las opciones más razonables suelen fijar el sistema de coordenadas a un cuerpo material, que "parezca quieto".
→ Sistema (material) de referencia

Ejemplos:
- el piso
- el Sol
- una Go Pro.
- el interior de una nave espacial.

Para las próximas clases acordamos:

- se ha elegido un observador, quieto en un sistema de referencia, provisto de un sistema de ejes cartesianos.
- los objetos de estudio son partículas puntuales.
- las posiciones se describen respecto del observador

b) posición de un objeto, en función del tiempo



- leemos t (tiempo) en un cronómetro
- leemos el vector posición $\vec{r}$
- $\vec{r}$ varía con t (tiempo)

$\boxed{\vec{r}(t)}$

Ejemplo

t	x	y	z
0 s	1 m	1 m	2 m
1 s	1,5 m	0,5 m	2 m
2 s	2 m	0 m	2 m

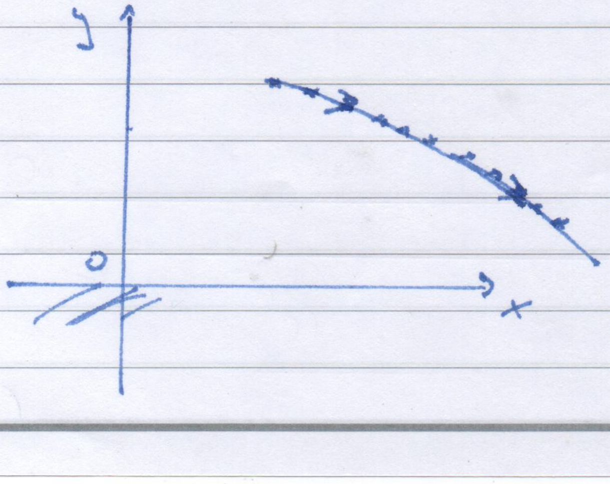
para cada $t \in [t_0, t_f]$
- existe un y solo un valor de x
- " " " " " valor de y
- " " " " " valor de z

$x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ son funciones reales de t en un dominio $[t_0, t_f]$

$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k}$ es una función vectorial de t, en el dominio $[t_0, t_f]$

- Trayectoria: la imagen de $\vec{r}(t)$

$\{\vec{r}(t) : t \in [t_0, t_f]\}$
- es el conjunto de puntos "visitados" (ocupados por el objeto en algún momento)



- resulta una curva orientada en $\mathbb{R}^3$
- se llama trayectoria

- Películas y fotos / historias y momentos

- La descripción de un movimiento es como una película, donde pasan distintas cosas en distintos momentos.

- Llamamos momento, o instante, a una lectura del cronómetro
Matemáticamente, un valor de t

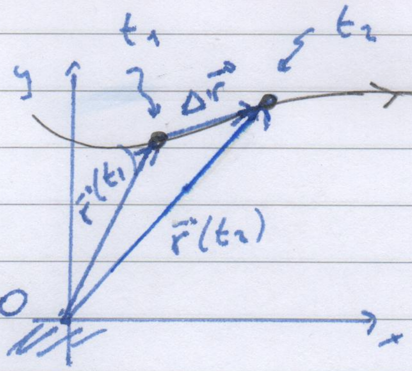
- Lo que pasa en un valor de t es como una foto o un cuadro de la película

- Nos interesa toda la película, no solo el final.

Película: movie, motion picture

Foto : "instantánea"

Posición en distintos instantes - Desplazamiento.



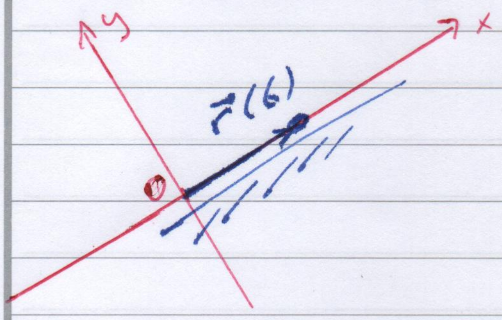
$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$: desplazamiento.
$\Delta t = t_2 - t_1$: tiempo transcurrido
. interesa la relación entre el desplazamiento y el tiempo transcurrido.

Se llama velocidad media en el intervalo $[t_1, t_2]$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \left(\frac{1}{\Delta t}\right)\cdot\Delta\vec{r}$$

Casos unidimensionales (1D)

Cuando sabemos que el objeto de interés está restringido a moverse sobre una línea recta,



. elegimos un sistema de coordenadas con un eje sobre la línea del movimiento (por ejemplo el eje x)

. escribimos el vector $\vec{r}(t)$ como

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + 0\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$

- el movimiento se describe con una única función real,

$$x(t), \quad t \in [t_0, t_f]$$

. representación tabular

t	x
–	–
–	–
–	–

. representación algebraica

$x(t)$ = expresión que depende de t, variable

. Ejemplo: $x(t) = 3\,m + 5\,\frac{m}{s}\cdot t$

(observen que los números tienen unidades tales que al evaluar la función resulte una medida de longitud)

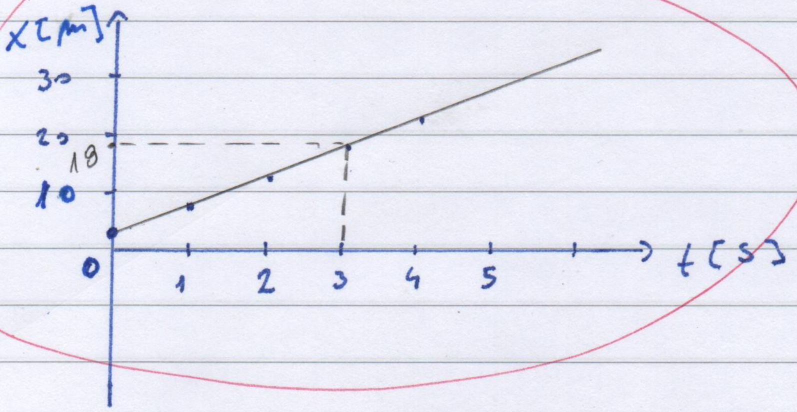
$x(0s) = 3m + 5\frac{m}{\cancel{s}}\cdot 0\cancel{s} = 3m$

$x(1s) = 3m + 5\frac{m}{\cancel{s}}\cdot 1\cancel{s} = 8m$

etc.

t [s]	x [m]
0.	3
1	8
2	11
3	18
⋮	⋮

• representación gráfica de $x(t)$ (Análisis Mat. I)



• Consejo: Siempre que analicen un gráfico, reconozcan qué se representa en cada eje.

por ejemplo, no deben confundir este gráfico "x versus t" con una representación del plano 'x y"

• Conviene distinguir dos situaciones de trabajo:

- dada la función $x(t)$, reconocer el tipo de movimiento y obtener información: contestar preguntas, graficar, describir, etc.

- dada alguna información sobre el movimiento, construir la forma algebraica de $x(t)$.

Ejemplo: Práctica 2, problema 1-c.

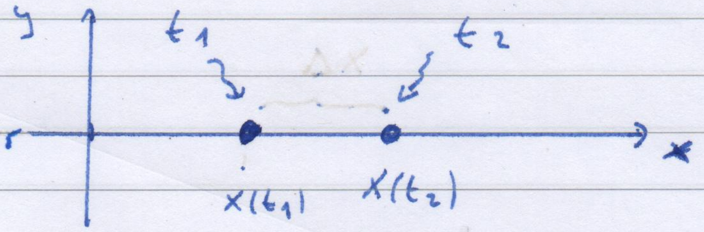
Retomando la página 4, en un caso unidimensional, (1D) supongamos que conocemos la función $x(t)$.

- dado un instante t_1, podemos calcular y representar la <u>posición</u>: $\vec{r}(t_1) = x(t_1)\,\vec{\imath}$

- dado otro instante t_2 (con $t_2 > t_1$), tenemos

$$\vec{r}(t_2) = x(t_2)\,\vec{\imath}$$

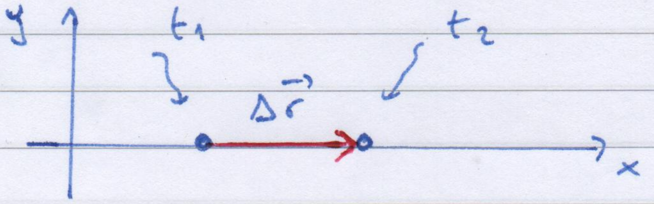
en el espacio representamos



- podemos calcular y representar el <u>desplazamiento</u>

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) = \big(x(t_2) - x(t_1)\big)\,\vec{\imath} = \Delta x\,\vec{\imath}$$

- en 1D nos alcanza con registrar $\boxed{\Delta x = x(t_2) - x(t_1)}$
- la <u>dirección de $\Delta\vec{r}$</u> es el <u>eje de movimiento</u>
- el <u>sentido de $\Delta\vec{r}$</u> queda representado por el <u>signo de Δx</u>



- el módulo de $\Delta\vec{r}$ es $|\Delta\vec{r}| = |\Delta x|$

módulo de vector

valor absoluto de número real

· podemos calcular el vector velocidad media en el intervalo $[t_1, t_2]$:

definición: $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ con $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$ (desplazamiento)

$\Delta t = t_2 - t_1$ (tiempo transcurrido)

• en 1D:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{\imath} \quad \text{con} \quad \Delta x = x(t_2) - x(t_1)$$

∴ la dirección de $\vec{v}_m$ coincide con el eje de movimiento

o sea: $\vec{v}_m$ tiene una sola componente, en el eje de movimiento

$$\vec{v}_m = v_m^x\,\hat{\imath} \quad \text{con} \quad \boxed{v_m^x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}}$$

· el sentido de $\vec{v}_m$ queda representado por el signo de la componente v_m^x

· el módulo es $|\vec{v}_m| = |v_m^x|$

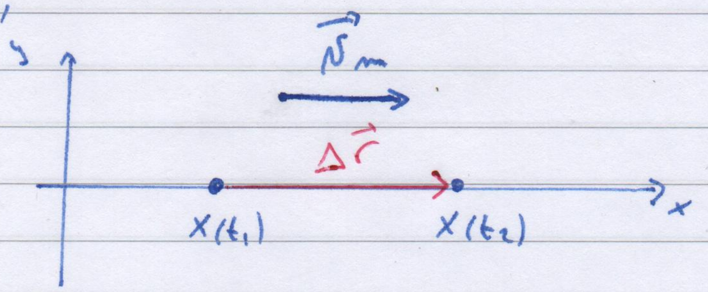
el valor absoluto de la componente.

(observación: a veces, en 1D, dejamos de anotar el índice x:

$$\vec{v}_m = v_m\,\hat{\imath}$$

sin embargo, hay que recordar que v_m es una componente con signo, v_m no es el $|\vec{v}_m|$)

gráficamente,



. hay que notar que $\vec{v}_m$ es una magnitud vectorial distinta que $\Delta\vec{r}$; tiene distintas unidades:

$$[\vec{v}_m] = \frac{[\Delta\vec{r}]}{[\Delta t]} = \frac{[\text{longitud}]}{[\text{tiempo}]} \qquad \left(\frac{m}{s}, \frac{km}{h}, \frac{km}{s}, \ldots\right)$$

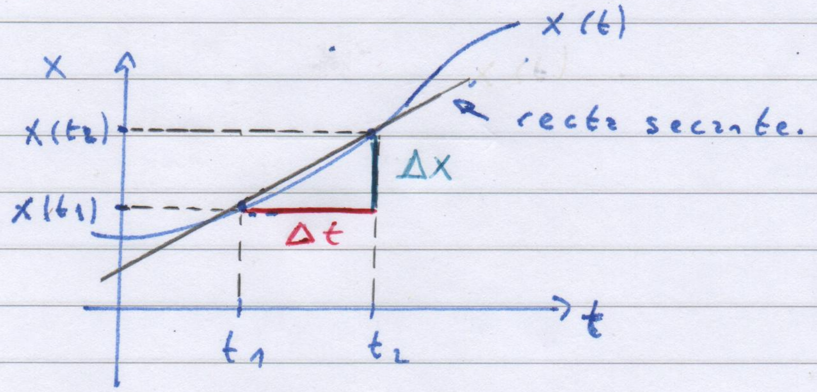
$\therefore$ la longitud del **dibujo de $\vec{v}_m$** no se compara con la longitud del dibujo de $\Delta\vec{r}$. (no se lee en el eje de posición)

Para ser precisos deberían indicar una escala gráfica, por ejemplo

$$1\,\text{cm} : 10\ \text{km}/\text{h}$$

Tarea: Práctica 2, problema 1

1D: desplazamiento y velocidad media en el gráfico de x versus t



$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$: pendiente de la recta secante que pasa por los puntos del gráfico

$(t_1, x(t_1))$ y $(t_2, x(t_2))$

Ejemplos: • función constante, $x(t) = a$

• función lineal, $x(t) = at + b$

• función cuadrática, $x(t) = at^2 + bt + c$

En cada caso: a) grafiquen $x(t)$ como función.
b) describan la velocidad media en distintos intervalos
c) describan características del movimiento, interpretado como animación en el espacio.

(se recomienda usar GeoGebra, dando valores a las constantes)