Clase 21: Sistemas de partículas

8 de junio de 2020

Cuerpos y partículas

Hasta aquí hemos estudiado el movimiento de cuerpos usando un modelo de partículas puntuales. Con este modelo pudimos entender muchos conceptos fundamentales de la Mecánica, pero dejamos de lado otras características igualmente necesarias para describir fenómenos reales. Necesitamos un modelo más elaborado para seguir adelante.

Un cuerpo, como porción de materia, está formado por muchas partículas. Pensemos en una molécula, formada por unos pocos átomos que interactúan entre sí, y usemos el modelo de partícula para describir los átomos (digamos N átomos). Es decir, renunciamos a los detalles de la estructura interna del átomo pero intentamos describir la posición de los átomos en la molécula y el movimiento de cada uno de ellos. Cada átomo por separado tiene una masa m_i y su movimiento obedece las Leyes de Newton. Con estos elementos queremos describir a la molécula como una sola entidad: en principio asignarle una posición en el espacio y decir cómo se mueve esa posición, pero además querríamos decir su tamaño, decir si gira sobre sí misma y decir qué lugar ocupan sus átomos dentro del conjunto, si se mantienen rígidos en una estructura molecular o si oscilan alrededor de ciertas posiciones de equilibrio; incluso decir si se mantiene unida como conjunto o si algún(os) se va(n) a separar de los demás. También queremos saber qué sucede con la molécula, pensada como una sola entidad, cuando actúan otras fuerzas externas sobre sus átomos.

En este ejemplo, estamos modelando a la molécula como un *cuerpo* formado por distintas *partículas*. Para describir el *cuerpo*, como entidad, se usan distintos *grados de libertad:* traslacional, rotacional, vibracional y otros. Cuando nos interesan características de las *partículas* que forman al cuerpo, decimos que miramos sus grados de libertad *internos*. Las interacciones entre partículas que son parte del cuerpo se describen con *fuerzas internas*, en tanto que cualquier interacción entre una partícula del cuerpo y agentes (otras partículas u otros cuerpos) que no forman parte del cuerpo se describen como *fuerzas externas*.

Trabajaremos el resto del curso en estos temas, introduciendo distintos aspectos del movimiento de un cuerpo visto como *sistema de partículas*.

Para comenzar tenemos que discutir en forma muy general el concepto de sistema de partículas; no siempre parecen formar un cuerpo, consideramos también conjuntos de partículas "sueltas".

Cinemática de un sistema de partículas: centro de masa

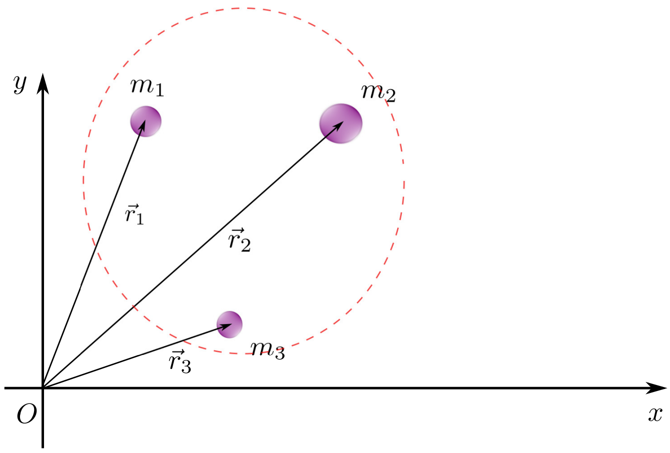
Consideremos un conjunto de N partículas, identificadas por un índice $i = 1, \cdots, N$. Esto quiere decir que *decidimos* elegir esas N partículas como *sistema de partículas* para encarar su estudio. Naturalmente existen otra partículas en el Universo; el criterio que utilicemos para elegir las partículas determina lo que llamaremos *interno* o *externo* al sistema en estudio.

Ejemplos:

- Podemos estudiar una molécula como un conjunto de átomos. Las interacciones (fuerzas) entre átomos serán internas, en tanto que la fuerza peso ejercida por la Tierra será externa.
- Podemos estudiar un átomo como un conjunto de un núcleo y varios electrones. Las fuerzas electrostáticas entre núcleo y electrones, y entre distintos electrones, serán internas. Si este átomo está en una molécula, las interacciones con *otros* átomos serán consideradas fuerzas externas.
- Podemos estudiar la Tierra y la Luna como un conjunto de dos partículas que, como conjunto, orbita alrededor del Sol; y como estructura interna tiene a sus dos partículas orbitando entre sí.
- Podemos estudiar el Sistema Solar como un conjunto de Sol y planetas, orbitando alrededor del centro de la Vía Láctea; y como estructura interna tiene a los planetas orbitando alrededor del Sol.

- Podemos estudiar un bloque rígido como conjunto de muchísimos átomos.

En general tendremos presente un esquema como el de la siguiente figura, donde el contorno punteado indica cuáles partículas forman parte del sistema en estudio.



Definiciones

Se define la *masa del sistema* como la suma[1] de las masas de cada parte,

$$M = \sum_i m_i \tag{1}$$

Utilizando un sistema de referencia O inercial, donde cada partícula i-ésima ocupa una posición $\vec{r}_i$, se define la *posición del centro de masas* como el promedio de las posiciones de cada partícula pesadas según su masa

Centro de masas

$$\vec{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i \tag{2}$$

El centro de masas (que abreviamos CM) es un punto artificial en el espacio, que representa la posición promedio de las partículas. Se puede decir que es la posición del sistema de partículas. El concepto matemático de "promedio pesado", expresado en la fórmula (2), le da mayor importancia a las partículas de masa más grande. Vale la pena insistir en que la posición del centro de masas$\vec{R}_{CM}$ es un vector. Eligiendo un sistema de ejes cartesianos donde $\vec{r}_i = x_i \check{i} + y_i \check{j} + z_i \check{k}$, el vector $\vec{R}_{CM} = X_{CM}\check{i} + Y_{CM}\check{j} + Z_{CM}\check{k}$ tiene componentes

$$\begin{aligned} X_{CM} &= \frac{1}{M} \sum_i m_i x_i \\ Y_{CM} &= \frac{1}{M} \sum_i m_i y_i \\ Z_{CM} &= \frac{1}{M} \sum_i m_i z_i \end{aligned} \tag{3}$$

Cuando cada partícula se mueve con velocidad $\vec{v}_i(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}_i(t)$, encontramos que la posición del centro de masas $\vec{R}_{CM}(t)$ depende del tiempo. Se define la *velocidad del centro de masas* $\vec{V}_{CM}(t)$ como la velocidad de movimiento del punto artificial $\vec{R}_{CM}(t)$,

$$\vec{V}_{CM}(t) = \frac{d}{dt}\vec{R}_{CM}(t)$$

[1]En estas clases anotamos $\sum_i$ a la suma sobre las N partículas del sistema, para abreviar $\sum_{i=1}^{N}$.

que en términos de cada partícula resulta

$$\vec{V}_{CM}(t) = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{v_i}(t) \tag{4}$$

que es el promedio pesado de las velocidades de cada partícula. Se puede decir que es la velocidad del sistema de partículas.

La *cantidad de movimiento lineal del sistema* se define como la suma de las cantidades de movimiento lineal de cada partícula,

Cantidad de movimiento lineal del sistema de partículas

$$\vec{P}(t) = \sum_i \vec{p}_i(t) = \sum_i m_i \vec{v_i}(t) \tag{5}$$

Es importante destacar que combinando esta definición con la ecuación (4) encontramos que

$$\vec{P}(t) = M\,\vec{V}_{CM}(t) \tag{6}$$

Se suele decir que la cantidad de movimiento total de un sistema de partículas equivale al de una partícula artificial de masa M moviéndose con la velocidad artificial del CM.

La *energía cinética del sistema de partículas* E_{cin} se define en cada instante como la suma de las energías cinéticas de cada partícula,

$$E_{cin} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 \tag{7}$$

La *aceleración del centro de masas* $\vec{A}_{CM}(t)$ se define como la aceleración del punto $\vec{R}_{CM}(t)$,

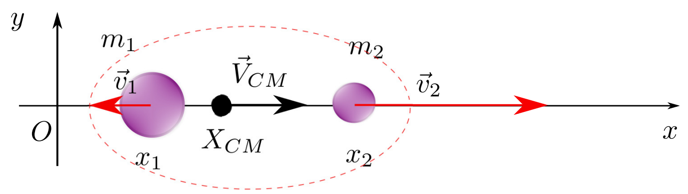
$$\vec{A}_{CM}(t) = \frac{d}{dt}\vec{V}_{CM}(t) = \frac{d^2}{dt^2}\vec{R}_{CM}(t)$$

En términos de cada partícula resulta

$$\vec{A}_{CM}(t) = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{a_i}(t) \tag{8}$$

que es el promedio pesado de las aceleraciones de cada partícula.

Ejemplo: Los sistemas de partículas más sencillos tienen solo $N = 2$ partículas, digamos de masas m_1 y m_2. Y como ejemplo sencillo digamos que ambas partículas permanece sobre el eje x; con esta condición $\vec{R}_{CM}(t)$, $\vec{V}_{CM}(t)$ y $\vec{A}_{CM}(t)$ son vectores que tienen solo componente x.



- Para este sistema, $M = m_1 + m_2$. La coordenada x del centro de masas resulta

$$X_{CM}(t) = \frac{m_1 x_1(t) + m_2 x_2(t)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1+m_2}x_1(t) + \frac{m_2}{m_1+m_2}x_2(t) \tag{9}$$

Observen un caso particular: el de partículas de igual masa, $m_1 = m_2 = m$. El cálculo nos dice que

$$X_{CM}(t) = \frac{m}{2m}x_1(t) + \frac{m_2}{2m}x_2(t) = \frac{x_1(t)+x_2(t)}{2}$$

Cuando las dos partículas tienen igual masa, el CM está justo en el punto medio de las dos partículas.

- Otro caso interesante es ocurre cuando la masa de una partícula, digamos m_1, es mucho más grande que m_2, tanto que "despreciamos" m_2. Un cálculo aproximado nos dice que

$$X_{CM}(t) = \frac{m_1}{m_1 + m_2} x_1(t) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} x_2(t) \approx x_1(t)$$

  nos muestra que el CM prácticamente coincide con la posición de la partícula de mayor masa (esto sucede en el sistema Tierra-Sol, por ejemplo; pueden buscar datos reales para ubicar el CM y discutir esta aproximación).

La componente x de la velocidad del CM de este sistema de dos partículas se escribe

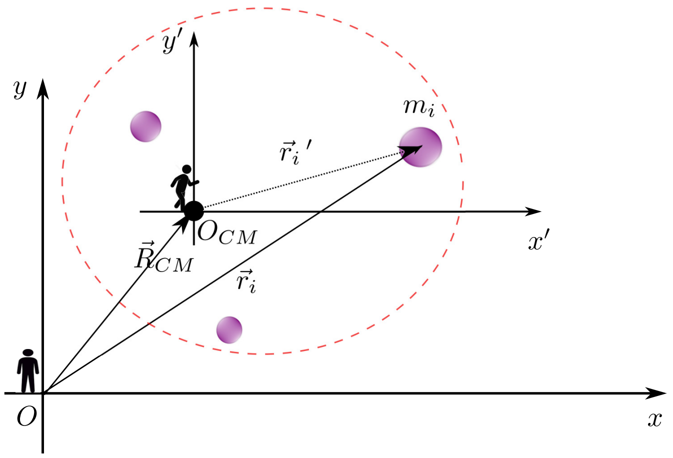
$$V_{CM,x}(t) = \frac{m_1 v_{1,x}(t) + m_2 v_{2,x}(t)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1,x}(t) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{2,x}(t) \tag{10}$$

y la componente x de la aceleración del CM de este sistema de dos partículas se escribe

$$A_{CM,x}(t) = \frac{m_1 a_{1,x}(t) + m_2 a_{2,x}(t)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} a_{1,x}(t) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} a_{2,x}(t)$$

Cinemática de un sistema de partículas: sistema de referencia del centro de masas y movimiento interno

Una vez ubicado el CM, y determinado cómo se mueve, vamos a introducir el *sistema de referencia del centro de masas*. Es decir, consideramos un observador O_{CM} que se "sube" al CM, elije ejes cartesianos siempre paralelos a los del observador inercial O y hace sus medidas considerándose quieto allí. Vamos a llamar x', y', z' a los ejes del sistema de coordenadas de O_{CM} y vamos a llamar $\vec{r}_i\,'$ a las posiciones de las partículas i medidas desde el sistema[2] de referencia del CM.



Este observador ubicado en el CM es el apropiado para describir el *movimiento interno* del sistema de partículas.

Para cada partícula m_i tenemos que su *posición* $\vec{r}_i\,'(t)$ *relativa al CM* es

$$\vec{r}_i\,'(t) = \vec{r}_i(t) - \vec{R}_{CM}(t) \tag{11}$$

y derivando respecto del tiempo encontramos que su *velocidad* $\vec{v}_i\,'(t)$ *relativa al CM* es

$$\vec{v}_i\,'(t) = \vec{v}_i(t) - \vec{V}_{CM}(t) \tag{12}$$

Derivando nuevamente, también encontramos que su *aceleración* $\vec{a}_i\,'(t)$ *relativa al CM* es

$$\vec{a}_i\,'(t) = \vec{a}_i(t) - \vec{A}_{CM}(t) \tag{13}$$

Propiedades:

[2]No deben confundir los distintos usos de la palabra *sistema*, por un lado como sistema de partículas en estudio y por otro lado como sistema de referencia para medir posiciones, velocidades y aceleraciones.

- Si el observador parado en el CM calcula la posición $\vec{R}'_{CM}$ del propio CM, en todo instante obtiene $\vec{R}'_{CM} = \vec{0}$; conviene probar esta afirmación con rigor matemático:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{r}'_i &= \frac{1}{M}\sum_i m_i\left(\vec{r}_i - \vec{R}_{CM}\right) \\
&= \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{r}_i - \frac{1}{M}\left(\sum_i m_i\right)\vec{R}_{CM} \\
&= \vec{R}_{CM} - \vec{R}_{CM} \\
&= \vec{0}
\end{aligned} \tag{14}$$

- Si el observador parado en el CM calcula la velocidad $\vec{V}'_{CM}$ del propio CM, en todo instante obtiene $\vec{V}'_{CM} = \vec{0}$; podemos probar esto derivando ambos miembros de la ecuación anterior

$$\frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{v}'_i = \vec{0} \tag{15}$$

- La cantidad de movimiento del sistema de partículas vista desde el centro de masas es nula, en todo instante. Se deduce inmediatamente de (15)

$$\vec{P}' = \sum_i m_i \vec{v}_i{}'(t) = \vec{0} \tag{16}$$

- La energía cinética de un sistema de partículas, respecto de un observador externo O, se puede descomponer en dos partes:

$$\begin{aligned}
E_{cin} &= \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 \\
&= \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i\cdot\vec{v}_i \\
&= \frac{1}{2}\sum_i m_i\left(\vec{V}_{CM} + \vec{v}'_i\right)\cdot\left(\vec{V}_{CM} + \vec{v}'_i\right) \\
&= \frac{1}{2}\sum_i m_i\vec{V}_{CM}\cdot\vec{V}_{CM} + \frac{1}{2}\sum_i m_i 2\vec{v}'_i\cdot\vec{V}_{CM} + \frac{1}{2}\sum_i m_i\vec{v}'_i\cdot\vec{v}'_i \\
&= \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i\right)V_{CM}^2 + \left(\sum_i m_i\vec{v}'_i\right)\cdot\vec{V}_{CM} + \frac{1}{2}\sum_i m_i\vec{v}'_i\cdot\vec{v}'_i \\
E_{cin} &= \frac{1}{2}MV_{CM}^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i (v'_i)^2
\end{aligned} \tag{17}$$

  El primer término se identifica como *energía cinética de traslación* del sistema de partículas; equivale a la energía cinética de una partícula artificial de masa M moviéndose con la velocidad $\vec{V}_{CM}$ del CM respecto del observador externo O,

$$E_{cin}^{(\text{traslación})} = \frac{1}{2}MV_{CM}^2 \tag{18}$$

  El segundo término puede identificarse como *energía cinética interna* del sistema de partículas,

$$E_{cin}^{(\text{interna})} = \sum_i \frac{1}{2} m_i (v'_i)^2 \tag{19}$$

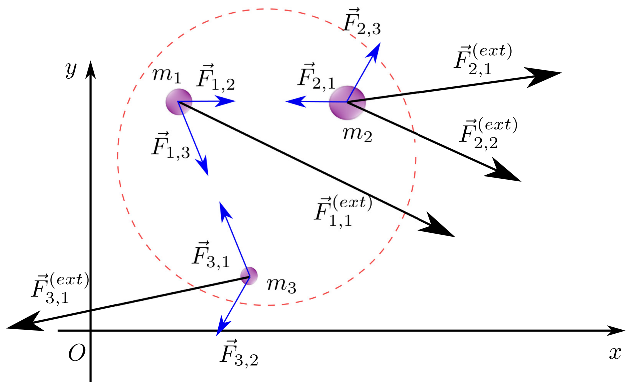
  es la energía cinética que calcula el observador O_{CM} usando las *velocidades* $\vec{v}'_i$ *relativas* al CM.

Observación: en general, el CM puede tener aceleración $\vec{A}_{CM} \neq \vec{0}$ respecto del sistema de referencia inercial O, y esa aceleración puede cambiar con el tiempo. Entonces, en general, el sistema de referencia montado en el CM no es inercial. En la próxima sección veremos las condiciones que determinan la aceleración $\vec{A}_{CM}$, y rescataremos los casos en que $\vec{A}_{CM} = \vec{0}$.

Dinámica traslacional de un sistema de partículas

Estamos en condiciones de discutir cómo responde un sistema de partículas cuando se le aplican fuerzas "externas". Para eso vamos a aplicar la Segunda Ley de Newton a cada partícula (que es un problema muy complejo cuando el sistema tiene muchas partículas) y deducir algunas relaciones que se refieren al sistema como conjunto.

En primer lugar tenemos que distinguir las fuerzas asociadas a interacciones *entre* partículas del sistema. A estas fuerzas las llamamos *internas*; de acuerdo con la Tercera Ley de Newton forman pares de fuerzas opuestas. Por ejemplo, si la partícula $i = 1$ interactúa con la partícula $j = 2$, al analizar la partícula 1 con la Segunda Ley tenemos que considerar la fuerza $\vec{F}_{1,2}$ que le ejerce la partícula 2, y al analizar la partícula 2 tenemos que considerar la fuerza $\vec{F}_{2,1}$ que le ejerce la partícula 1. Lla Tercera Ley nos dice que $\vec{F}_{2,1} = -\vec{F}_{1,2}$. Estas fuerzas internas están dibujadas en color azul en la siguiente figura:



Por otro lado tenemos que considerar las fuerzas que actúan *sobre* las distintas partículas del sistema pero son ejercidas por agentes externos. A esas fuerzas las llamamos *fuerzas externas*. En la figura están dibujadas en negro, y anotadas como $\vec{F}_{i,\alpha_i}^{(ext)}$ para indicar distintas fuerzas ($\alpha_i = 1, 2. \cdots$) actuando sobre la partícula i; se dice que la posición de la partícula i es el *punto de* aplicación de las fuerzas $\vec{F}_{i,\alpha_i}^{(ext)}$. Pueden imaginarse el mismo esquema para cualquier número N de partículas en el sistema.

La Segunda Ley de Newton es válida para *cada partícula,* dado que estamos analizando su movimiento visto desde el sistema inercial O. Cuando estudiamos la partícula i-ésima tenemos que la suma de fuerzas que actúan sobre ella (tanto externas como internas) es igual su masa m_i por su aceleración $\vec{a}_i$. Si recordamos[3] la definición de cantidad de movimiento lineal de una partícula $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$ y recordamos que su derivada respecto del tiempo es

$$\frac{d}{dt}\vec{p}_i = m_i\frac{d}{dt}\vec{v}_i = m_i\vec{a}_i$$

podemos escribir la Segunda Ley como

$$\sum_{\alpha_i}\vec{F}_{i,\alpha_i}^{(ext)} + \sum_{j\neq i}\vec{F}_{i,j} = \frac{d}{dt}\vec{p}_i \tag{20}$$

Una ecuación similar a esta se escribe para *cada partícula* del sistema. Sumando miembro a miembro *todas* esas ecuaciones obtendremos información sobre el sistema de partículas como conjunto.

Por ejemplo, para un sistema de $N = 3$ partículas como el de la figura, tenemos tres relaciones

$$\begin{cases} \left(\sum_{\alpha_1}\vec{F}_{1,\alpha_1}^{(ext)}\right) + \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{1,3} &= \frac{d}{dt}\vec{p}_1 \\ \left(\sum_{\alpha_2}\vec{F}_{2,\alpha_2}^{(ext)}\right) + \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{2,3} &= \frac{d}{dt}\vec{p}_2 \\ \left(\sum_{\alpha_3}\vec{F}_{3,\alpha_3}^{(ext)}\right) + \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{3,2} &= \frac{d}{dt}\vec{p}_3 \end{cases} \tag{21}$$

[3] Clase 10-b, del 20 de abril.

Sumando miembro a miembro vemos que las fuerzas internas se cancelan de a pares: no se cancelan dentro de cada ecuación, porque los pares de acción y reacción actúan sobre distintas partículas, sino que se cancelan cuando encontramos pares de acción y reacción en distintas ecuaciones. Del lado derecho encontramos la derivada de la cantidad de movimiento total. Obtenemos

$$\sum_{\text{fuerzas externas}} \vec{F}_\alpha^{(ext)} = \frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3\right)$$

donde anotamos en una sola sumatoria *todas las fuerzas externas* $\vec{F}_\alpha^{(ext)}$, independientemente de la partícula sobre la cual actúan. Este procedimiento lo podemos hacer para cualquier número N de partículas en el sistema, y encontramos el siguiente Teorema:

Teorema de la Variación de la Cantidad de Movimiento Lineal

La suma vectorial de fuerzas externas sobre un sistema de partículas es igual a la derivada respecto del tiempo de su cantidad de movimiento lineal:

$$\sum_{\text{fuerzas externas}} \vec{F}_\alpha^{(ext)} = \frac{d}{dt}\vec{P}$$

donde

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$$

es la cantidad de movimiento lineal del sistema de partículas.

Gracias a este importante resultado, *podemos describir el movimiento conjunto de un sistema de partículas aunque no conozcamos las fuerzas internas.*

Dado que $\vec{P} = M\vec{V}_{CM}$ (ver ec. (6)), podemos escribir

$$\sum_{\text{fuerzas externas}} \vec{F}_\alpha^{(ext)} = M\,\vec{A}_{CM}$$

Esta expresión sencilla nos dice que el centro de masas del sistema $\vec{R}_{CM}$ se mueve tal como se movería una partícula artificial de masa M sobre la cuál actuaran las mismas fuerzas externas que realmente actúan sobre el sistema.

Ejemplo: consideremos el sistema de dos partículas formado por la Tierra y la Luna, orbitando como conjunto alrededor del Sol.

La atracción gravitatoria entre la Tierra y la Luna se manifiesta como dos fuerzas internas: la que la Tierra hace sobre la Luna y la que la Luna hace sobre la Tierra; estas dos fuerzas forman un par de acción y reacción, sabemos que son de igual módulo y dirección y que tienen sentidos opuestos.

La atracción gravitatoria del Sol sobre la Tierra y sobre la Luna se manifiesta como dos fuerzas externas a nuestro sistema de partículas: la fuerza $\vec{F}_{Tierra,Sol}$ que hace el Sol sobre la Tierra y la fuerza $\vec{F}_{Luna,Sol}$ que hace el Sol sobre la Luna.

El centro de masas CM del sistema Tierra-Luna tiene una aceleración centrípeta (hacia el Sol) $\vec{A}_{CM}$ dada por

$$\vec{A}_{CM} = \frac{\vec{F}_{Tierra,Sol} + \vec{F}_{Luna,Sol}}{m_{Tierra} + m_{Luna}}$$

Dado que las posiciones de la Tierra y de la Luna respecto del Sol son prácticamente iguales, el sistema Tierra-Luna orbita alrededor del Sol como una sola partícula, de masa $M = m_{Tierra} + m_{Luna}$ sometida a la atracción del Sol.

Noten que en la discusión del movimiento del CM no necesitamos mencionar las fuerzas internas. Resultaría lo mismo si la Tierra y la Luna estuvieran unidas por una varilla o por un resorte.

Más ejemplos: recuerden que ya estudiamos varios tipos de movimiento, y los podemos usar para la partícula artificial que representa al CM.

- Si encontramos un sistema de partículas tal que la suma de fuerzas externas sea constante, podemos decir que su CM se mueve con aceleración constante. Por ejemplo, un sistema de partículas libradas a su propio peso (y a fuerzas internas) tendrá el CM realizando un tiro oblicuo.
- Si encontramos un sistema de partículas tal que la suma de fuerzas externas sea nula, podemos decir que su CM se mueve con aceleración nula, es decir con velocidad constante realizando un movimiento rectilíneo uniforme.

Impulso de las fuerzas externas. Fuerzas de impacto.

El Teorema de la Variación de la Cantidad de Movimiento Lineal nos da información directa sobre la derivada de $\vec{P}$ respecto del tiempo. Integrando esa información en un intervalo de tiempo $[t_0, t_f]$ obtenemos la variación neta de la cantidad de movimiento:

$$\sum_{\text{fuerzas externas}} \int_{t_0}^{t_f} \vec{F}_\alpha^{(ext)}(t)\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt}\vec{P}\, dt = \vec{P}(t_f) - \vec{P}(t_0) \tag{22}$$

Recuerden[4] que la integral de una fuerza en un intervalo de tiempo se llama *impulso* ejercido por la fuerza; es una magnitud vectorial que anotamos como

$$\vec{J}_\alpha^{(ext)} = \int_{t_0}^{t_f} \vec{F}_\alpha^{(ext)}(t)\, dt \tag{23}$$

Vista la relación (22), podemos decir que $\vec{J}_\alpha^{(ext)}$ mide la cantidad de movimiento *transferida* por la fuerza $\vec{F}_\alpha^{(ext)}$ al sistema de partículas. La suma de las cantidades de movimiento transferidas por cada fuerza externa nos da el cambio de la cantidad de movimiento total,

$$\boxed{\sum_{\text{fuerzas externas}} \vec{J}_\alpha^{(ext)} = \Delta\vec{P}} \tag{24}$$

En ciertos casos las fuerzas externas actúan en intervalos muy breves de tiempo, con un módulo variable, pero tan importante como para causar una variación notable en la cantidad de movimiento del sistema. Decimos de son *fuerzas impulsivas*, típicamente asociadas a impactos, choques, rebotes, etc. con un agente externo. Es conveniente caracterizarlas el valor del impulso $\vec{J}^{(ext)}$. En lugar de preocuparse por caracterizar el valor de la fuerza externa en función del tiempo, se puede hablar de su valor medio, que se calcula como

$$\langle \vec{F}^{(ext)} \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_f} \vec{F}^{(ext)}(t)\, dt = \frac{1}{\Delta t}\, \vec{J}^{(ext)} \tag{25}$$

donde $\Delta t = t_f - t_0$ es la duración del impacto.

Ejemplo: analicen el problema 5 de la práctica 9.

Sistemas aislados: principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal

Como caso particular del Teorema de la variación de la cantidad de movimiento lineal se destaca la situación en que no hay fuerzas externas sobre ninguna de las partículas del sistema. En estos casos se dice que el sistema de partículas está *aislado* (no tiene contacto con el resto del Universo). Entonces, simplemente, la cantidad de movimiento lineal $\vec{P}$ del sistema no varía al transcurrir el tiempo, mantiene constante su valor inicial. Decimos que la la cantidad de movimiento lineal $\vec{P}$ del sistema se *conserva.*

[4] Clase 10-b. Allí les conté la noción de fuerzas de impacto y valor medio de una fuerza.

Principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal

Si un sistema de partículas está aislado, entonces su cantidad de movimiento lineal $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$ vista desde un sistema inercial permanece constante en el tiempo

$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \vec{0}$$

Es decir, para todo instante se verifica

$$\vec{P}(t) = \vec{P}(t_0)$$

En la práctica, no encontramos sistemas verdaderamente aislados. Lo que podemos encontrar son sistemas de partículas donde actúan fuerzas externas, pero tienen resultante cero. Una versión práctica del principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal se puede formular así:

Si la suma vectorial de fuerzas externas que actúan sobre un sistema de partículas es igual a cero, entonces su cantidad de movimiento lineal $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$ permanece constante en el tiempo,

$$\sum_{\text{fuerzas externas}} \vec{F}_\alpha^{(ext)} = \vec{0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{P}(t) = \vec{P}(t_0)$$

También podemos aprovechar que la conservación de $\vec{P}$ es una relación vectorial. Si encontramos un sistema de partículas donde actúan fuerzas externas, y su resultante tiene una componente nula, entonces la componente de la cantidad de movimiento en ese eje se conserva. Ya sin recuadrarlo podemos enunciar que:

Si una componente cartesiana, digamos x, de la suma vectorial de fuerzas externas que actúan sobre un sistema de partículas es igual a cero, entonces la correspondiente componente de la cantidad de movimiento lineal permanece constante en el tiempo,

$$\sum_{\text{fuerzas externas}} F_{\alpha,x}^{(ext)} = 0 \quad \Longrightarrow \quad P_x(t) = P_x(t_0).$$

Ejemplos: En la clase 22 discutimos aplicaciones de la variación y de la conservación de la cantidad de movimiento.