Experimentos Electromagnéticos Curso 2019

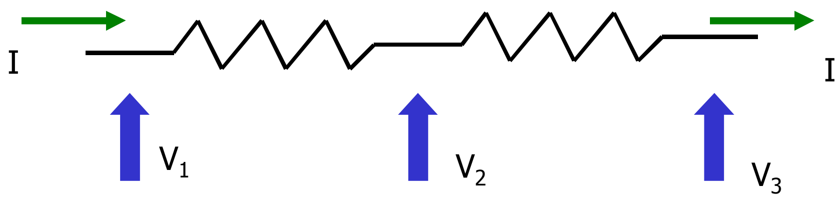
Línea de transmisión coaxil

Línea de Transmisión

- Nuevo: la longitud del circuito >> que la mínima longitud de onda de la señal
- Antes: no hicimos este análisis, porque no teníamos este caso, por el contrario las dimensiones eran << que la longitud de onda.

Nuestro modelo circuital era de constantes concentradas :

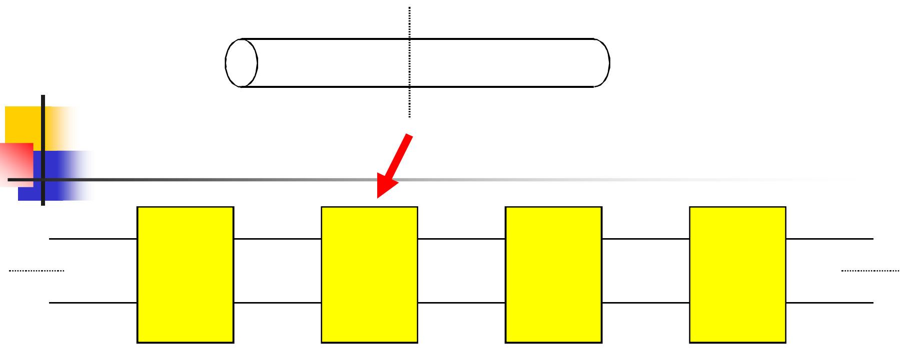
- La corriente que entra igual a la que sale
- Las variaciones de tensión a lo largo del circuito se concentran en cada elemento concentrado
- No hay variación de tensión a lo largo de los cables



Ahora nuestro modelo circuital es de constantes distribuídas :

- La corriente cruza secciones transversales de la LT
- La tensión a lo largo de la LT depende de la posición
- No hay elementos concentrados

- Puedo usar lo que ya sabía ?
- Represento a la línea como una cascada de circuitos con parámetros concentrados

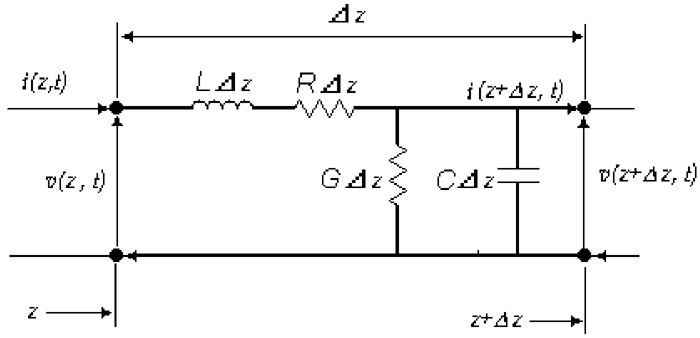


❖Cada cuadripolo tiene dimensiones pequeñas comparadas con la mínima longitud de onda.

❖Estamos en las condiciones de la primer práctica para cada cuadripolo.

❖Tenemos una nueva variable : la posición a lo largo de la línea.

- La i variable produce un campo magnético e induce una fem, por lo tanto la línea presenta una inductancia por unidad de longitud L.
- Presenta una resistencia por unidad de longitud R (pérdidas óhmicas).
- Existe una diferencia de potencial y una distribución de carga con un dieléctrico en el medio, la línea tiene una capacidad por unidad de longitud C.
- La C tiene pérdidas, aparece una conductancia por unidad de longitud G.



$$v(z+\Delta z,t)-v(z,t)=\Delta v(z,t)=-R\Delta z\, i(z,t)-L\Delta z\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$i(z+\Delta z,t)-i(z,t)=\Delta i(z,t)=-G\Delta z\, v(z,t)-C\Delta z\frac{\partial v(z,t)}{\partial t}$$

Dividiendo por Δz y haciendo $\Delta z \longrightarrow 0$

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z}=-Ri(z,t)-L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z}=-Gv(z,t)-C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z^2}=LC\frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2}+(LG+RC)\frac{\partial v(z,t)}{\partial t}+RGv(z,t)$$

Para una excitación de la forma :

$$V(t) = e^{j\omega t}$$

La solución general es :

$$V(z,t) = V_1 e^{\alpha z} e^{j(\omega t + \beta z)} + V_2 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

V_1 es una onda que se propaga y se atenúa en la dirección negativa de z y representa la onda reflejada en el extremo opuesto de la fuente de señal.

V_2 es una onda que se propaga y se atenúa en la dirección positiva de z y representa la onda incidente .

Para la corriente se puede obtener una solución semejante :

$$i(z,t) = \frac{V_1}{(Z/Y)^{1/2}} e^{\alpha z} e^{j(\omega t + \beta z)} + \frac{V_2}{(Z/Y)^{1/2}} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$Z = R + j\omega L \qquad Y = G + j\omega C$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$\alpha = \mathrm{Re}(\gamma) \qquad \beta = \mathrm{Im}(\gamma)$$

Cte. de atenuación

Cte. de fase

Para un cable coaxil (mencionamos L y C solamente):

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \qquad (H/m)$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)} \qquad (F/m)$$

La impedancia característica se define como el cociente entre la onda de tensión y la onda de corriente en un mismo punto del circuito :

$$Z_0 = \frac{V(z,t)}{i(z,t)} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a}$$

Para R y G pequeños frente a wL y wC

Se define el coeficiente de reflexión como el cociente entre la amplitud de la onda incidente y la de la onda reflejada. Viene dado por :

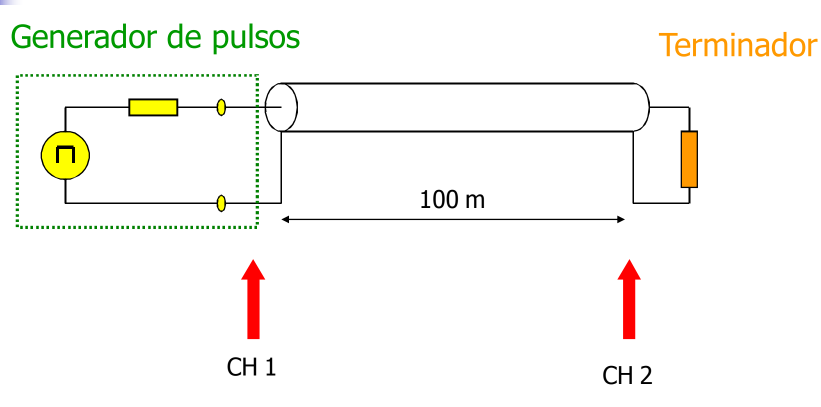
$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Para Z_L=0 entonces Γ_L =-1

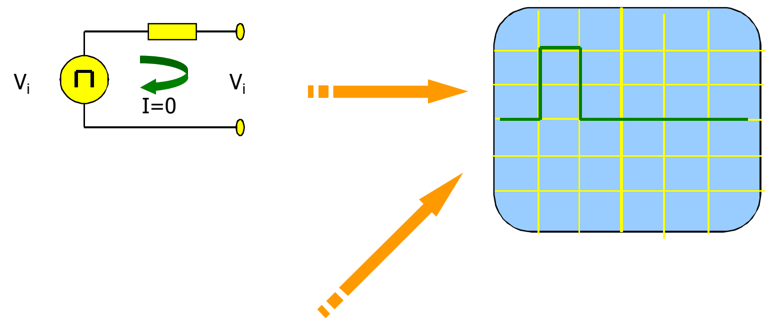
Para Z_L=0 entonces Γ_L =+1

Cualquier otra situación $-1 \leq \Gamma_L \leq +1$

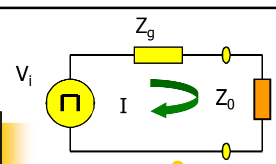
Para Z_L=Z_0 entonces Γ_L =0



Veamos el caso con terminador abierto $Z_l=\infty$



Con el generador de pulsos solo, sin conectar los 100 m de cable vemos en el osciloscopio



Circuito equivalente del cable

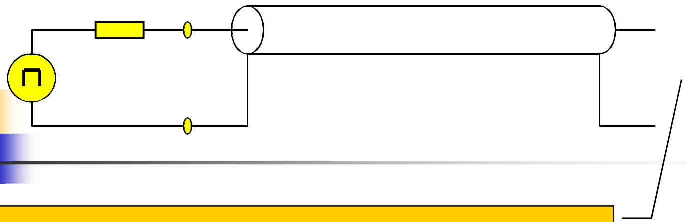
$I= V_i/ (Z_g + Z_0)$

$V_0= I\, Z_0 = V_i\, Z_0/ (Z_g + Z_0)$

Si $Z_0=Z_g \longrightarrow V_0=V_i/2$

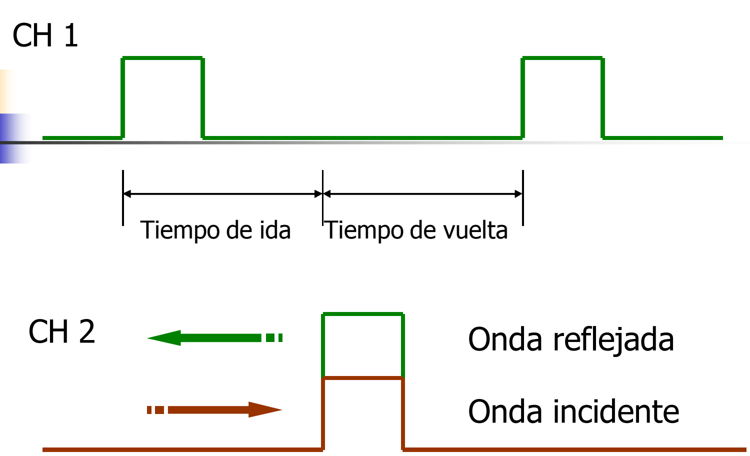
Para la señal, lo único que ve del cable es su impedancia característica Z_0 . Si $Z_0 = Z_g$ entonces la tensión a la entrada de la línea cae a la mitad

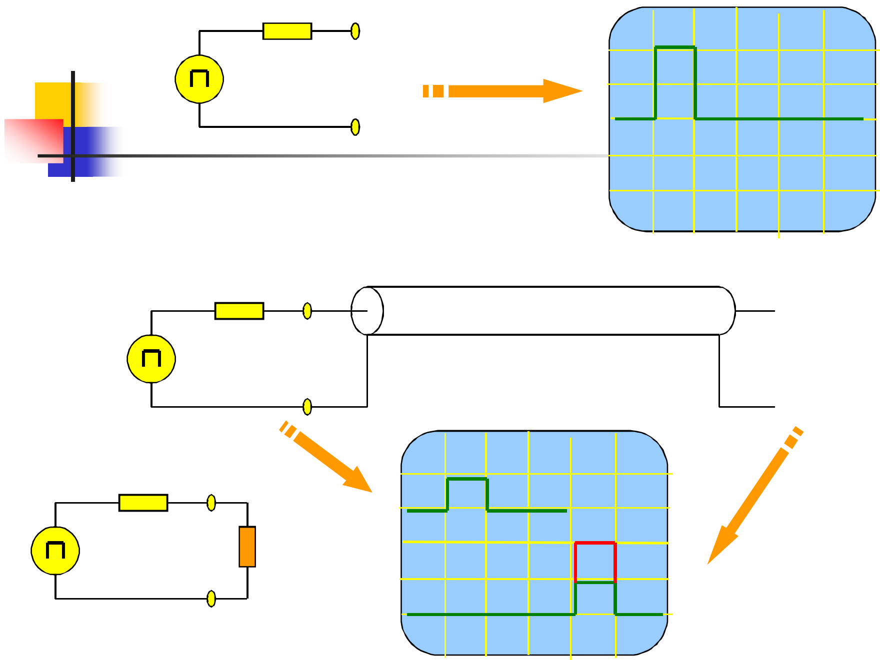
Esta tensión $V_i/2$ viaja por el cable hasta alcanzar el extremo opuesto. El cable es modelizado por Z_0 porque al principio "no se sabe" como está el otro extremo del cable. Hay que esperar que llegue la onda reflejada que trae información de cómo "está" el otro extremo.



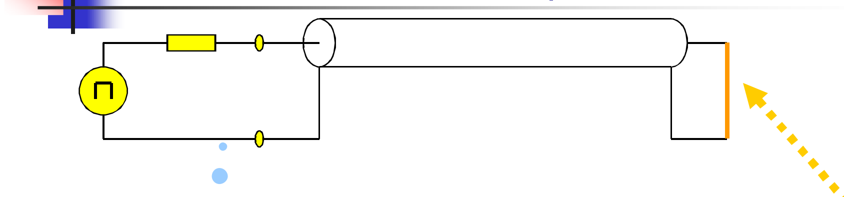
Cuando llega a este extremo, encuentra una discontinuidad en el medio de propagación pues el circuito está abierto. Se genera una onda igual que viaja en sentido contrario y la suma de las dos ondas es V_i ☺

Así la onda reflejada recorre el cable "de regreso" y se observa en el osciloscopio la figura siguiente





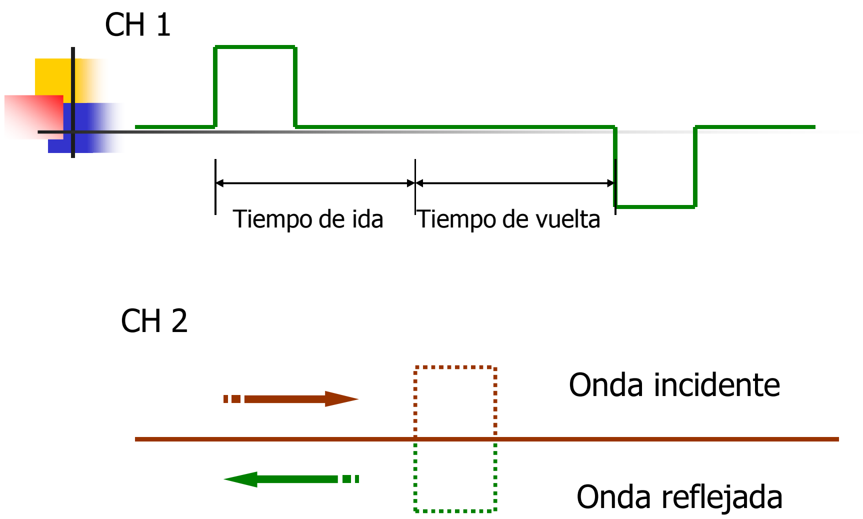
Veamos el caso con terminador en corto circuito $Z_l=0$

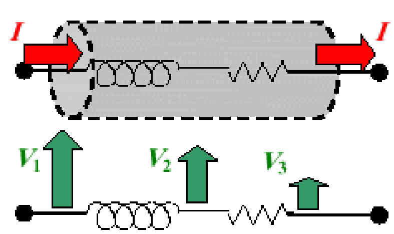


Entrada = que antes

Cuando llega a este extremo, encuentra una discontinuidad en el medio de propagación pues el circuito está cerrado. Se genera una onda igual y de signo contrario que viaja en sentido opuesto y la suma de las dos ondas es 0. ☺

Así la onda reflejada recorre el cable "de regreso" y se observa en el osciloscopio la figura siguiente


CH 1
Tiempo de ida
Tiempo de vuelta
CH 2
Onda incidente
Onda reflejada


I
I
V1
V2
V3