

1. Considere un sistema de dos estados no degenerados E_1, E_2 . En la base de autoestados $|1\rangle, |2\rangle$ del hamiltoniano $\hat{H}_0$ se describe una perturbación como

$$\lambda \hat{V} = \lambda V(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|)$$

con $V \in \mathbb{R}$

- Encuentre los autovalores de energía de $H_0 + \lambda V$ exactamente.
 - Desarrolle el resultado en potencias de λ .
 - Compare con las expresiones generales de teoría de perturbaciones.
 - Discuta el radio de convergencia (no saque conclusiones generales de este ejemplo sencillo).
2. Un oscilador armónico simple en una dimensión es perturbado por una fuerza constante, dando lugar a una perturbación al Hamiltoniano de la forma

$$V = \lambda x$$

- Calcule el cambio en la energía del estado fundamental al orden más bajo no nulo.
 - Resuelva el problema exactamente y compare con el resultado anterior.
 - ¿Cuál es la probabilidad de encontrar en el estado perturbado $|n\rangle$ al estado no perturbado $|n^{(0)}\rangle$? Resuelva a orden λ^2 .
3. Considere un oscilador unidimensional anarmónico cuyo hamiltoniano es

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2 + ax^3.$$

Encuentre los niveles de energía en primer y segundo orden perturbativo.

4. Un átomo con un solo electrón cuyo estado fundamental es no degenerado es colocado en un campo eléctrico uniforme en la dirección z (ignore el spin). Obtenga una expresión aproximada para el momento dipolar eléctrico inducido del estado fundamental considerando el valor de expectación de ez con respecto al vector de estado perturbado a primer orden. Muestre que la expresión coincide con la obtenida del cambio de energía $\Delta E = -\alpha|\mathbf{E}|^2/2$ del estado fundamental calculado a segundo orden.
5. Considere una partícula en una caja cuadrada bidimensional

$$V = \begin{cases} 0 & (x, y) \in (0, a) \times (0, b) \\ \infty & \text{en todo otro caso} \end{cases}$$

Obtenga la corrección en las energías al orden no nulo más bajo debida a la perturbación

$$V = \lambda xy \text{ para } (x, y) \in (0, a) \times (0, b).$$

6. El Hamiltoniano de un rotador rígido con momento de inercia I en un campo magnético en el plano yz es

$$H = \frac{L^2}{2I} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}$$

con $\mathbf{B} = (0, B_y, B_z)$ si los términos cuadráticos en el campo son despreciados.

- Asumiendo $B_z \gg B_y$ utilice la teoría de perturbaciones a orden dominante para obtener los autovalores.

- b) Encuentre la solución exacta y compare.
7. Considere un oscilador armónico isótropo en dos dimensiones.
- Calcule las energías de los primeros tres estados y analice la degeneración
 - Aplique la perturbación $V = \lambda xy$ y encuentre los autoestados de energía de orden cero y la correspondiente energía a primer orden para cada uno de los estados estudiados.
 - Resuelva el problema exactamente y compare con los resultados obtenidos anteriormente.
8. Resuelva el problema 5 suponiendo que $a = b$; analice la degeneración del estado fundamental y del primer excitado y obtenga las correcciones en las energías en ambos y las autofunciones a orden cero.
9. Considere el átomo de hidrógeno en un campo magnético, con Hamiltoniano $H = H_0 + H_1 + H_B$, donde

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V, \quad V(r) = -\frac{e^2}{r}, \quad (1)$$

$$H_1 = \frac{1}{m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}), \quad (2)$$

$$H_B = -\frac{eB}{2mc} (L_z + 2S_z). \quad (3)$$

Encuentre las correcciones perturbativas a la energía del nivel $n = 2$ en los siguientes casos:

- $H_1 \ll H_B$ (efecto Zeeman para campos grandes o efecto Paschen-Back)
- $H_1 \sim H_B$ (efecto Zeeman a campos intermedios)