1) Determine cual de las siguientes funciones tiene las propiedades de una función de autocorrelación :

a) $R_{xx}(\tau) = \begin{cases} 1 & |\tau| < 1 \\ 0 & |\tau| > 1 \end{cases}$

b) $R_{xx}(\tau) = \delta(\tau) + \operatorname{sen} w_o\tau$

c) $R_{xx}(\tau) = e^{-|\tau|}$

d) $R_{xx}(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau| & |\tau| < 1 \\ 0 & |\tau| > 1 \end{cases}$

<u>Respuestas</u>: 3 sí – 1 no

2) Determine cual de las siguientes funciones tiene las propiedades de una densidad espectral de potencia :

a) $S_{xx}(w) = \delta(w) + \cos^2 w$

b) $S_{xx}(w) = 10 + \delta(w - 20\pi)$

c) $S_{xx}(w) = \exp(-| w - 20\pi|)$

d) $S_{xx}(w) = \exp(- (w - 20\pi)^2)$

<u>Respuestas</u>: 4 sí.

3) La densidad espectral de potencia de un proceso estocástico x(t) viene dada por $G_{xx}(w) = 10^{-6} w^2$.

a) Determine la potencia de x(t) contenida en la banda de frecuencias de 0 a 5.10^3 rad/seg.
b) Determine la potencia de x(t) contenida en la banda de frecuencias de 5.10^3 a 6.10^3 rad/seg.

<u>Respuestas</u>: a) 6,63 watts – b) 4,83 x 10^3 watts

4) Determine la función de autocorrelación de un proceso estocástico cuya densidad espectral de potencia viene dada por la expresión :

$$S_{xx}(w) = e^{-2|w|} + 0{,}7\pi\delta(w) + 1{,}2\pi\delta(w - w_o) + 1{,}2\pi\delta(w + w_o)$$

<u>Respuesta</u> : $R_{xx}(\tau) = \dfrac{2}{\pi(4+\tau^2)} + 0{,}35 + 1{,}2\cos\omega_0\tau$

5) Un proceso estocástico tiene una densidad espectral de potencia $S_{xx}(f)$. Hallar la densidad espectral de potencia de otro proceso estocástico y(t)= x(t) – x(t – T).

Respuesta : $S_{xx}(f) = (2 - 2cos\omega T)\,S_{xx}(f)$

6) Un ruido blanco con densidad espectral de potencia $N_o/2$ entra a un filtro pasa bajos ideal con frecuencia de corte B Hz.

a) Calcule la potencia a la salida del filtro

b) Calcule la función de autocorrelación del ruido a la salida del filtro.

Respuestas : a) $P=N_oB$ b) $R_{yy}(\tau) = N_0 \dfrac{sen\,2\pi B\tau}{2\pi B\tau}$

7) Un proceso estocástico estacionario tiene una función de autocorrelación dada por

$$R_{xx}(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|/T & |\tau| < T \\ 0 & |\tau| > T \end{cases}$$

a) Calcule y dibuje la densidad espectral de potencia de x(t)

b) Calcule la función de autocorrelación de $y(t) = x(t)cos(w_ot)$. ¿ Es y(t) estacionario ?

Respuestas : a) $S_{xx}(f) = \dfrac{4\pi\, sen^2 \dfrac{\omega T}{2}}{T\,\omega^2}$ b) $R_{yy}(\tau) = \dfrac{1}{2} R_{xx}(\tau)[cos\,\omega_0\tau + cos(2\omega_0 t + \omega_0\tau)]$

8) Un ruido x(t) blanco, de media nula y densidad espectral de potencia $N_o/2$ es filtrado por un sistema lineal invariante en el tiempo de respuesta al impulso h(t). Calcule la potencia del ruido a la salida cuando :

a) $h(t) = sen(2\pi Bt)/\pi t$

b) $h(t) = 2sen(2\pi Bt)/\pi t \cdot cos\, w_ot$.

Respuestas : a) $P = N_oB$ b) $P = 2N_oB$

9) Un ruido blanco de media nula y densidad espectral de potencia $S_{xx}(w) = N_o/2$ entra a un sistema lineal invariante en el tiempo de respuesta al impulso
$h(t) = e^{-t}u(t)$ para producir una salida y(t).

a) Calcule $S_{yy}(w)$, la densidad espectral de potencia de y(t)

b) Calcule $R_{yy}(\tau)$, la función de autocorrelación de y(t).

Respuestas : a) $S_{yy} = \frac{N_0}{2}\frac{1}{1+\omega^2}$ b) $R_{yy}(\tau) = \frac{N_0}{4} e^{-|\tau|}$

10) Sea el proceso aleatorio X(t) = A cos (w_ot + θ), estacionario en sentido amplio. Supongamos que A y w_o son constantes y θ es una variable aleatoria uniformemente distribuída en el intervalo (0, 2π). Calcular :
   a) El valor medio
   b) La función de autocorrelación .

11) Dada la función de autocorrelación

$$R_{xx}(\tau) = 25 + \frac{4}{1 + 6\tau^2}$$

Encontrar el valor medio y la varianza de x (t).

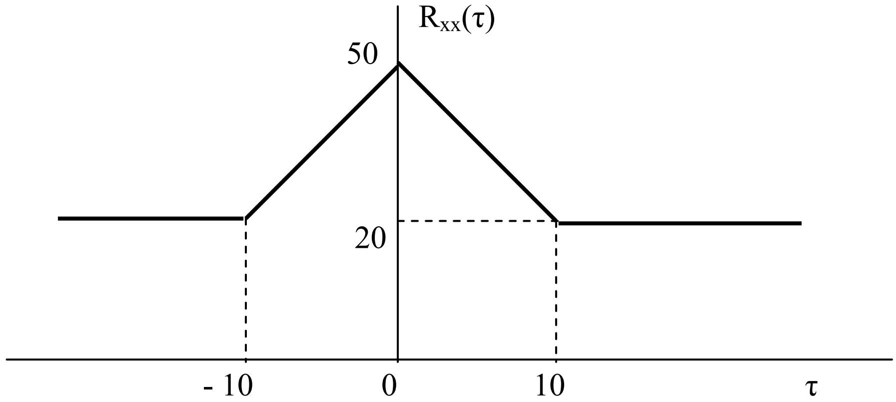
12) Sean dos procesos aleatorios X(t) y Y(t) definidos por

$$X(t) = A \cos(w_o t) + B \operatorname{sen}(w_o t)$$
$$Y(t) = B \cos(w_o t) - A \operatorname{sen}(w_o t)$$

donde A y B son variables aleatorias y w_o es una constante. X(t) e Y(t) son estacionarios en sentido amplio, A y B son no correlacionados y de valor medio nulo. Calcular R_{xy}.

13) Para el proceso aleatorio que tiene como función de autocorrelación la mostrada en la figura, encontrar :

a) E[X(t)] b) E[X^2(t)] c) σ^2_x



14) Un proceso aleatorio Y(t) = X(t) – X(t+τ) es definido en términos del proceso X(t) que es estacionario en sentido amplio.
   a) Muestre que el valor medio de Y(t) es 0 aún si X(t) tiene valor medio no nulo.
   b) Muestre que $\sigma_y^2 = 2\,[\,R_{xx}(0) - R_{xx}(\tau)\,]$