

FISICA GENERAL II – 1er. Semestre – Curso 2016

Práctica 1: Gravitación.

1. (a) Calcule la fuerza de atracción gravitatoria media entre la Tierra y la Luna y compruebe que esta fuerza hace que la Luna gire alrededor de la Tierra en un movimiento circular uniforme cuyo período es aproximadamente 28 días. (b) Compare la magnitud de la fuerza atractiva Tierra-Luna con la fuerza entre la Tierra y el Sol.
2. Camino a la Luna, los astronautas del Apolo XI llegaron a un punto a partir del cual la atracción gravitatoria de la Luna comienza a ser mayor que la de la Tierra. (a) Determinar la distancia de este punto al centro de la Tierra. (b) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad terrestre en este punto?
3. Un satélite se coloca en una órbita circular a 3.2×10^6 m sobre la superficie de la Tierra. (a) ¿Cuál es el período de rotación del satélite?. (b) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad a esa distancia de la superficie terrestre?
4. Ganímedes, una de las lunas de Júpiter descubiertas por Galileo en 1610, tiene una órbita de 1.07×10^6 km de radio y un período de 7.15 días. (a) Calcular la masa de Júpiter, y comparar el resultado con el valor dado en la Tabla. (b) Con los datos de esta tabla, calcular la densidad media de Júpiter y la aceleración de la gravedad en su superficie. Comparar con la densidad media de la Tierra.
5. El sistema binario Plaskett consiste en dos estrellas que giran en una órbita circular en torno al centro de gravedad del sistema, situado en el punto medio entre ellas (lo cual implica que las estrellas tienen igual masa). Si la velocidad orbital de cada estrella es 220 km/s y el período 14.4 días, calcular la masa de cada estrella. (Comparar con la masa del Sol).
6. ¿Desde qué altura hay que soltar un cuerpo sobre la superficie lunar para que llegue a ella con la misma velocidad que llega a la Tierra cuando se suelta desde 1000 m?. Desprecie cualquier efecto debido a la atmósfera.
7. Se desea poner en órbita (circular) un satélite de 1800 kg que gire a razón de 12,5 vueltas por día. Calcula: a) El periodo del satélite. b) La distancia del satélite a la superficie terrestre. c) La energía cinética del satélite en esa órbita.
8. Probar que para un planeta cualquiera la velocidad orbital v_0 de un satélite que describe una órbita circular está relacionada con la velocidad de escape v_E correspondiente al lugar donde se encuentra el satélite según $v_E = \sqrt{2} v_0$.
9. Un satélite artificial se dice que es geoestacionario si mantiene una posición fija con respecto a un sistema de referencia solidario con nuestro planeta. Debido a que las únicas órbitas estables son aquellas que tienen como centro al centro terrestre ('¿por que?'), esto implica que los satélites geoestacionarios sólo pueden estar situados sobre el ecuador terrestre y con período orbital de un día.

Los satélites Meteosat son satélites geoestacionarios de masa $m = 8102$ kg. Calcular: a) La altura a la que se encuentran, respecto a la superficie terrestre. b) La fuerza ejercida sobre el satélite. c) La energía mecánica total. ¿Qué marcos o qué puntos de referencia deben establecerse para que queden bien definidas estas magnitudes?.

10. Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380km de radio, respecto al centro del planeta, con un período de revolución de 7.65horas. Otro satélite de Marte, Deimos (masa= $2.244 \times 10^{15}kg$), gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine: a) La masa de Marte. b) El período de revolución de Deimos. c) La energía mecánica del satélite Deimos. d) El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte.
11. Una nave espacial de 500kg describe una órbita circular de radio $2R_T$ alrededor de la Tierra. (a) Encuentre la energía necesaria que se requiere para transferir la nave a una órbita de radio $3R_T$. (b) Discuta el cambio en las energía potencial, cinética y mecánica.
12. Se lanza un cohete desde la Tierra con una rapidez inicial $v_i = 2\sqrt{gR_T}$. Se apagan los motores rápidamente, de manera que el cohete se mueve a partir de ese momento sometido únicamente a la fuerza gravitacional (ignorar el rozamiento con la atmósfera y la rotación de la Tierra). (a) Mostrar que el cohete se escapará de la Tierra. (b) Obtener una expresión de la rapidez del cohete v en función de la distancia r al centro de la Tierra y de las constantes g y R_T .
13. Para realizar un viaje interestelar, una nave tiene que poder escapar del Sistema Solar. Calcular la velocidad inicial mínima que debe tener una nave de 2000 kg lanzada desde la Tierra para lograr este objetivo. Despreciar la interacción gravitatoria con los otros planetas. Para este problema, ¿es razonable no tener en cuenta el movimiento de la Tierra alrededor del Sol? ¿Y el movimiento de rotación de la Tierra alrededor de su eje?
14. Tres masas se ubican sobre el plano $x - y$, libre de rozamiento. Dos masas iguales M se fijan en las posiciones $(\pm d, 0)$ y la tercera masa m es liberada desde una posición $(0, y_0)$. (a) Determine la aceleración inicial de la tercera masa. (b) Calcule la rapidez y aceleración cuando dicha masa pasa por el punto $(0, 0)$.
15. Demuestre que la energía potencial gravitatoria de un sistema formado por cuatro partículas iguales de masa m , colocadas en las esquinas de un cuadrado de lado l , es $V = -(4 + \sqrt{2})Gm^2/l$.
16. Dos cuerpos celestes esféricos, de masas m_1 y m_2 y radios r_1 y r_2 , están prácticamente en reposo cuando la distancia que los separa es muy grande. Debido a la atracción gravitatoria se acercan uno al otro con rumbo de colisión. (a) Obtenga una expresión que permita calcular la velocidad de cada uno de los planetas, en función de la separación entre ellos. (b) Calcule la energía cinética de cada planeta justo antes de la colisión, sabiendo que $m_1 = 2 \times 10^{24}kg$, $m_2 = 8 \times 10^{24}kg$, $r_1 = 3 \times 10^6m$ y $r_2 = 5 \times 10^6m$.
17. Tres masas iguales M son colocadas en tres esquinas de un cuadrado de lado D . Encuentre el campo gravitatorio $\mathbf{g}$ en la cuarta esquina debido a estas masas. Calcule la fuerza que una cuarta masa m experimentaría, si fuese colocada en dicha esquina.
18. Explicar por qué la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra no realiza trabajo sobre un satélite que se mueve alrededor de ésta en una órbita circular. ¿Qué ocurre en el caso de una órbita elíptica? ¿Se ven modificadas la energía cinética, la energía potencial y/o la energía mecánica a lo largo de la órbita?
19. Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indicar, para cada una de las siguientes magnitudes, si su valor es mayor, menor o igual en el afelio (máximo alejamiento al Sol) comparado con el perihelio (máximo acercamiento):
 - a) Momento angular respecto de la posición del Sol.
 - b) Momento lineal.

c) Energía potencial.

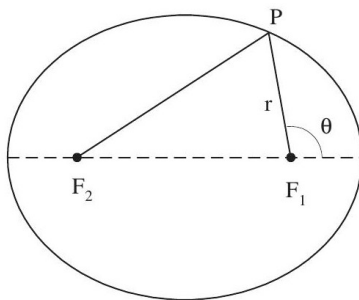
d) Energía mecánica.

20. El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol, acercándose a una distancia mínima de 0.57UA cada 75.6 años. Calcular: (a) la distancia de máximo alejamiento del cometa respecto del Sol y (b) la excentricidad de la órbita.
21. El satélite artificial más antiguo que permanece en órbita es el Vanguard I, cuya masa es de 1.47 kg y fue lanzado el 17 de marzo de 1958. En su órbita inicial, la distancia a la superficie terrestre en el perigeo era de 650km (esta distancia casi no ha variado en la actualidad) y su rapidez en ese punto respecto de la Tierra era de 8.23km/s. Calcular (a) el momento angular del satélite respecto del centro de la Tierra, (b) el semieje mayor de su órbita, (c) su período orbital y (d) su energía mecánica.
22. El radio orbital medio de Marte, de acuerdo con la Tabla de la Práctica 1, es de 2.28×10^{11} m. (a) Calcular la duración del año marciano, y comparar con el valor consignado en la tabla. A qué puede deberse la diferencia entre ambos valores? (b) Teniendo en cuenta que la excentricidad de Marte es $\varepsilon = 0.0933$, calcular la distancia de máximo acercamiento al Sol (perihelio) y la de máximo alejamiento (afelio).
23. Una nave espacial se acerca a Venus describiendo una órbita parabólica bajo la influencia de la fuerza gravitacional del planeta. La distancia de mayor proximidad a la superficie en esa trayectoria es de 300km. Al llegar a este punto, se encienden propulsores que frenan la nave espacial de modo tal de colocarla en una órbita circular a 300km de altitud sobre la superficie. ¿En qué porcentaje debe reducirse la rapidez de la nave para que esto sea posible?
24. Dos estrellas de masas M y m , separadas una distancia d , describen órbitas circulares en torno al centro de masa del sistema. Probar que el período de cada estrella es $T = 2\pi\sqrt{d^3/(M+m)G}$.
25. La ecuación de una elipse en coordenadas polares puede escribirse como: $r(\theta) = p/(1 + \varepsilon \cos \theta)$ (ver Figura), donde ε es la excentricidad y p es una constante que depende de a (el semieje mayor) y ε .

i) Hallar el valor de p .

ii) Probar que la suma de las distancias a los focos es constante para todos los puntos de la elipse. Calcular el valor de esta constante.

(Ayuda: determinar r máximo y mínimo; luego considerar el triángulo PF_1F_2 , y usar el teorema del coseno)



26. Un satélite de la Tierra tiene un perigeo de 300km y un apogeo de 3500km por sobre la superficie terrestre. ¿A qué distancia de nuestro planeta se encuentra cuando ha rotado 90° alrededor de la Tierra desde el perigeo?

27. Dos cuerpos de masas m y $2m$ están separados por una distancia a . Encontrar los puntos (a) donde el campo gravitatorio resultante es cero y (b) donde los dos cuerpos producen campos gravitatorios iguales en módulo y dirección. (c) Calcular el campo gravitatorio en el centro de masa de los dos cuerpos.
28. Si n es el cociente entre la máxima y la mínima velocidad de un planeta que describe una órbita elíptica respecto del Sol, probar que la excentricidad de su órbita viene dada por $\varepsilon = (n - 1)/(n + 1)$. (Indicación: tener en cuenta la conservación del momento angular).
29. Una nave es enviada desde la Tierra hasta Marte utilizando una órbita de transferencia de Hohmann. (a) ¿Cuánto tiempo dura la transferencia? (b) ¿Cuántos grados tiene que estar Marte adelantado o atrasado respecto de la Tierra cuando la nave inicia su viaje?
30. Responder a las preguntas del problema anterior, considerando ahora un viaje desde la Tierra hasta Venus.

Problemas Opcionales:

31. Un satélite de la Tierra se mueve en una órbita elíptica de período T , excentricidad ε y semieje mayor a . Probar que:
- i) la máxima velocidad orbital del satélite viene dada por $v_o = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{(1 + \varepsilon)/(1 - \varepsilon)}$
 - ii) la máxima velocidad radial del satélite viene dada por $v_r = 2\pi a \varepsilon / (T \sqrt{1 - \varepsilon^2})$.
32. (a) Probar que la ecuación $r = p/(1 + \varepsilon \cos \theta)$, con $0 < \varepsilon < 1$ puede llevarse en coordenadas cartesianas a la forma "tradicional" de la ecuación de una elipse, $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$, donde $a = p/(1 - \varepsilon^2)$ y $b = p/\sqrt{1 - \varepsilon^2}$. (b) Proceder en forma similar para el caso de $\varepsilon = 0$ con p fijo (circunferencia), $\varepsilon = 1$ (parábola) y $\varepsilon > 1$ (una rama de una hipérbola).

Figura 1: Algunos datos del Sistema Solar que pueden ser útiles.

Cuerpo	Radio ecuatorial (m)	Masa (kg)	Período de rotación (s)	Radio orbital medio (m)	Período de movimiento orbital (días)	Excentricidad de la órbita
Sol	6.96×10^8	1.99×10^{30}	2.36×10^6	—	—	—
Mercurio	2.44×10^6	3.30×10^{23}	5.07×10^6	5.79×10^{10}	88.0	0.206
Venus	6.05×10^6	4.87×10^{24}	2.10×10^7	1.08×10^{11}	225	0.0068
Tierra	6.37×10^6	5.97×10^{24}	8.62×10^4	1.50×10^{11}	365	0.0167
Marte	3.40×10^6	6.42×10^{23}	8.86×10^4	2.28×10^{11}	687	0.0933
Júpiter	7.15×10^7	1.90×10^{27}	3.57×10^4	7.78×10^{11}	4.33×10^3	0.0484
Saturno	6.03×10^7	5.69×10^{26}	3.68×10^4	1.43×10^{12}	1.08×10^4	0.0542
Urano	2.55×10^7	8.69×10^{25}	6.12×10^4	2.87×10^{12}	3.07×10^4	0.0472
Neptuno	2.48×10^7	1.02×10^{26}	5.76×10^4	4.50×10^{12}	6.02×10^4	0.0086
Luna	1.74×10^6	7.35×10^{22}	2.33×10^6	3.84×10^8 (*)	27.3 (*)	0.0549 (*)

(*) Los datos orbitales de la Luna están medidos con respecto a la Tierra.